1. 다음 보기에 주어진 수를 x라 할 때, $\sqrt{x}$가 허수가 되는 x의 개수는?

$-2,\ \dfrac{1}{3},\ 0,\ -3.5,\ 4,\ -\dfrac{2}{5}$

① 1 개 ② 3 개 ③ 5 개 ④ 7 개 ⑤ 9 개

해설

$\sqrt{x}$가 허수가 되는 $x = -2,\ -3.5,\ -\dfrac{2}{5}$의 3 개이다.

2. $x+y+(2x-y)i=2+7i$를 만족하는 두 실수 $x,\ y$에 대하여 xy의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $xy=-3$

해설

$x+y=2,\ 2x-y=7$
$\therefore x=3,\ y=-1$
$\therefore xy=-3$

3. $(1+3i)(1-3i)-(2-i)(3+i)$ 를 계산하면?

① $17-i$ ② $3+i$ ③ $3-i$ ④ $7+i$ ⑤ $7-i$

해설

$(1+3i)(1-3i)-(2-i)(3+i)$
$= (1+9)-(6-i+1)$
$= 3+i$

4. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① i ② $-i$ ③ $1 + i$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$i^2 = -1,\ i^3 = i^2 \times i = -i,\ i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$
$i^5 = i^4 \times i = i$
$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$
$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$

5. x에 대한 이차방정식 $x^2-4x+6=0$의 근을 구하면 $x=a\pm\sqrt{b}i$이다. $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$x^2-4x+6=0$
근의 공식을 이용하면 $x=2\pm\sqrt{4-6}=2\pm\sqrt{2}i$
$\therefore a=b=2,\ \ a+b=4$

6. 이차방정식 $x^2 - x + 4 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = 1 \pm \sqrt{3}$ ② $x = 1 \pm \sqrt{15}$ ③ $x = -1 \pm \sqrt{15}i$

④ $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용한다.

$x^2 - x + 4 = 0, \quad x = \dfrac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

7. 다음 이차방정식 중에서 한 근이 $x = -1 + \sqrt{3}$ 인 것은?

① $(x+1)^2 = -3$ ② $(x+1)^2 = 3$ ③ $(x+3)^2 = -1$

④ $(x+3)^2 = 1$ ⑤ $(x-1)^2 = 1$

해설

$(x+a)^2 = b$ 에서 $x + a = \pm\sqrt{b}$

$\therefore x = -a \pm \sqrt{b}$ 임을 이용해 각 방정식을 풀면

① $x = -1 \pm \sqrt{-3} = -1 \pm \sqrt{3}i$

② $x = -1 \pm \sqrt{3}$

③ $x = -3 \pm \sqrt{-1} = -3 \pm i$

④ $x = -3 \pm \sqrt{1}$

$\therefore x = -4$ 또는 $x = -2$

⑤ $x = 1 \pm \sqrt{1}$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$

8. x에 대한 이차방정식 $x^2+a(a-1)x+3a=0$의 한 근이 1일 때, 다른 한 근은? (단, a는 상수)

① -1　② -3　③ 0　④ 1　⑤ 3

해설

$x=1$을 대입하면

$1^2+a(a-1)+3a=0$

$a^2+2a+1=(a+1)^2=0$

$\therefore\ a=-1$

$x^2-1\cdot(-2)x-3=x^2+2x-3$

$=(x+3)(x-1)=0$

$\therefore\ x=1,-3$　$\therefore\ x=-3$

9. 이차방정식 $5x^2-6x+a-5=0$이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a의 최솟값은?

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

$D'=9-5(a-5)=-5a+34<0$

$\therefore a>\frac{34}{5}$

10. 이차방정식 $2x^2-4x-3=0$의 두 근을 α,β라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값은?

① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

근과 계수와의 관계로부터

$\alpha+\beta=2 \quad \alpha\beta=-\frac{3}{2}$

$\therefore\ \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=7$

11. 이차방정식 $2x^2 - x - 1 = 0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{5}{2}$

해설

$\alpha + \beta = \frac{1}{2}$, $\alpha\beta = -\frac{1}{2}$

$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = -\frac{5}{2}$

12. 이차함수 $y = 2(x-1)^2 + 3$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2(x-1)^2 + 3$ 의 그래프는 $x = 1$ 일 때 최솟값이 3 이다.

13. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -3x^2$　　② $y = -x^2 + 2x + 1$

③ $y = -2(x-1)^2$　　④ $y = (x+1)^2 + 3$

⑤ $y = 3 - x^2$

해설

이차함수에서 이차항의 계수가 양수이면 꼭짓점이 최솟값을 가지고, 음수이면 꼭짓점이 최댓값을 갖는다.

14. 다음 함수의 최댓값 및 최솟값을 구하여라.

$$y = x^2 - 2x - 3 \ (0 \le x \le 4)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 5

▷ 정답 : 최솟값 −4

해설

먼저, 주어진 식을 $y = a(x-m)^2 + n$의 꼴로 변형하여그래프를 그린 다음 주어진 구간 안에서 가장 높은 점과 가장 낮은 점을 조사한다.

$y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$

꼭짓점 : $x = 1$ 일 때 $y = -4$

양끝점 : $\begin{cases} x = 0 \text{ 일 때 } y = -3 \\ x = 4 \text{ 일 때 } y = 5 \end{cases}$

$x = 4$에서 최댓값 5 , $x = 1$에서 최솟값 −4

15. 이차함수 $y = 2x^2 - 6x + 5 (2 \le x \le 5)$ 의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 할 때, ab의 값을 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$y = 2x^2 - 6x + 5 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 5$

$= 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 이고

아래로 볼록한 포물선이다.
꼭짓점이 주어진 구간 안에 포함되지 않으므로 최댓값, 최솟값은 주어진 구간의 양끝값이 된다.

$x = 2$일 때 $y = 2\left(2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 1$

$x = 5$일 때 $y = 2\left(5 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 25$

따라서 최댓값 $a = 25$이고, 최솟값 $b = 1$이므로 $ab = 25$

16. $-2 \le x \le 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$f(x) = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$, $-2 \le x \le 1$ 에서
$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.
즉, $f(-2) = 0$, $f(-1) = -1$, $f(1) = 3$
따라서, $x = 1$ 일 때 최댓값 3,
$x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 가지므로
구하는 합은 $3 - 1 = 2$

17. 방정식 $x^6 - 1 = 0$의 해가 아닌 것은?

① -1 ② 1 ③ $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$

④ $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$

해설

$x^6-1 = (x^3+1)(x^3-1) = (x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\Rightarrow x = -1,\ 1,\ \dfrac{1\pm\sqrt{3}i}{2},\ \dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

18. $x(x-1)(x+1)-6=0$의 세근을 구하면?

① $2,\ -1,\ -3$　② $-2,\ 1,\ -3$　③ $2,\ 1,\ -3$

④ $-2,\ -1\pm\sqrt{2}i$　⑤ $2,\ -1\pm\sqrt{2}i$

해설

준식$= x(x^2-1)-6=x^3-x-6=0$

2	1	0	−1	−6
		2	4	6
	1	2	3	0

$(x-2)(x^2+2x+3)=0$

$\therefore\ x=2,-1\pm\sqrt{2}i$

19. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

20. 사차방정식 $x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 = 0$의 모든 해의 총합은?

① $-2\sqrt{2}i$　② $\sqrt{2}i$　③ -2

④ -1　⑤ 1

해설

(준식)$= (x-1)(x+1)(x^2+2x+3) = 0$

실근의 합은 $1 + (-1) = 0$

허근의 합은 -2

모든 근의 합은 -2

21. 사차방정식 $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$의 모든 실근의 곱은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$에서
$x^2 = t$로 치환하면
$t^2 + 3t - 10 = 0$, $(t+5)(t-2) = 0$
$\therefore\ t = -5$ 또는 $t = 2$
$\therefore\ x = \pm\sqrt{5}i$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$
따라서 모든 실근의 곱은
$\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$

22. $x^3-1=0$의 한 허근을 ω라 할 때, $\omega^3+\overline{\omega}^3$의 값을 구하면? (단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수이다.)

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)=0$

$x=1$ 또는 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

$\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$를 ω라 하면

$\overline{\omega}=\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$\therefore\ \omega^3=1,\ \overline{\omega}^3=1,\ \omega^3+\overline{\omega}^3=2$

23. x, y에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax-y=a \\ x-ay=1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a값은?

① $a=-1$　② $a=1$

③ $a=\pm 1$　④ $a \neq \pm 1$인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

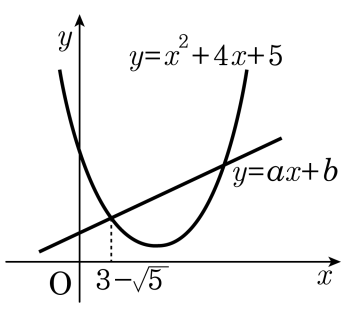
연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}$, $-a^2 \neq -1$

$\therefore\ a \neq \pm 1$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a의 값은 $a \neq \pm 1$인 모든 실수이다.

24. 다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 - 4x + 5$ 와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점 중 한 교점의 x 좌표가 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

연립방정식 $y = x^2 - 4x + 5$, $y = ax + b$ 에서
y 를 소거하면 $x^2 - 4x + 5 = ax + b$
$x^2 - (4 + a)x + 5 - b = 0 \cdots ㉠$
이 때, 계수가 유리수인 방정식 ㉠의 한 근이
$3 - \sqrt{5}$ 이므로 $3 + \sqrt{5}$ 도 근이 된다.
$\therefore\ (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 4 + a$
$(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 5 - b$
$\therefore\ a = 2,\ b = 1$
$\therefore a + b = 3$

25. 연립방정식 $\begin{cases} x(y+z)=10 \\ y(z+x)=18 \\ z(x+y)=24 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$ 라 할 때, $\alpha\beta\gamma$ 의 값은?

① ± 2 ② ± 4 ③ ± 8 ④ ± 16 ⑤ ± 32

해설

$\begin{cases} x(y+z)=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ y(z+x)=18 & \cdots\cdots ㉡ \\ z(x+y)=24 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

㉠ + ㉡ + ㉢ : $2(xy+yz+zx)=52$

$\therefore\ xy+yz+zx=26$

$\therefore\ xy=2,\ yz=16,\ zx=8 \quad \cdots\cdots ㉣$

㉣에서 $(xyz)^2=16^2 \quad \therefore\ xyz=\pm 16$

$\therefore\ x=\alpha=\pm 1,\ y=\beta=\pm 2,\ z=\gamma=\pm 8$ (복부호동순)

$\therefore\ \alpha\beta\gamma=\pm 16$