

1. 등식 $(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)(x+yi) = 8-2i$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

$(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)(x+yi) = 8-2i$ 에서 $4x+4yi = 8-2i$

복소수가 서로 같음 조건에 의하여

$$4x = 8, 4y = -2$$

$$\therefore x = 2, y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore xy = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

2. 다음 계산 중 틀린 것은?

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6 = 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm 4i$

해설

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i^5 = -10(i^2)^2 \times i = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6$
 $= (i^2) \times i + (i^2)^2 + (i^2)^2 \times i + (i^2)^3$
 $= -i + 1 + i - 1$
 $= 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 2\sqrt{2}i \times \sqrt{2}i = -4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm \sqrt{-16} = \pm 4i$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{i-2} = i+2$

② $\overline{2i} = -2i$

③ $\overline{\sqrt{2}+i} = \sqrt{2}-i$

④ $\overline{1+\sqrt{3}} = 1+\sqrt{3}$

⑤ $\overline{3-2i} = 3+2i$

해설

켈레복소수는 허수부분의 부호가 바뀐다.

실수의 켈레복소수는 자기자신이다.

① $\overline{i-2} = -i-2$

4. $x = 3 + 2i$ 일 때, $x^2 - 6x - 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$ 에서 $x - 3 = 2i$ 의 양변을 제곱하면
 $(x - 3)^2 = (2i)^2 \quad \therefore x^2 - 6x = -13$
 $x^2 - 6x - 10 = -13 - 10 = -23$
 $\therefore -23$

5. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$
(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$
(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$
따라서 방정식의 두 실근의 합은
 $6 + (-4) = 2$

6. 이차방정식 $2x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 구하면?

① $-1 \pm \sqrt{5}i$

② $1 \pm \sqrt{5}$

③ $\frac{-1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

④ $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

해설

$2x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 2 \times 3}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$$

7. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

$\textcircled{\text{㉠}} 3x^2 - x - 1 = 0$	$\textcircled{\text{㉡}} x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$
$\textcircled{\text{㉢}} 2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$	$\textcircled{\text{㉣}} x^2 - x + 2 = 0$

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 13 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉡ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$ 이므로 중근을 갖는다.

㉢ $D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

㉣ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

8. 이차방정식 $x^2 - x(kx - 5) + 3 = 0$ 이 허근을 가질 때, 정수 k 의 최댓값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x^2 - kx^2 + 5x + 3 = 0$ 이 허근을 가지려면

$$D = 25 - 4 \times 3(1 - k) < 0$$

$$25 - 12 + 12k < 0 \quad \therefore 12k < -13$$

$$\therefore k < -\frac{13}{12} \text{이므로}$$

정수 k 의 최댓값은 -2

9. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 4 ④ 8 ⑤ 11

해설

근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 8 - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 = 11\end{aligned}$$

10. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 5 = 0$ 의 두 근을 α 와 β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

- ① -7 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 7

해설

$2x^2 - 4x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 2^3 - 3 \times \frac{5}{2} \times 2 \\ &= 8 - 15 = -7\end{aligned}$$

11. 한 근이 $1-i$ 인 이차방정식이 $x^2 + ax + b = 0$ 일 때, 실수 $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 $1-i$ 이면 다른 한 근은 $1+i$ 이다.

두 근의 합 : 2,

두 근의 곱 : 2

$\therefore a = -2, b = 2$

12. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x+1)^2 + 2$ 의 최솟값을 구하고, 그 때의 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 최솟값 = 2

▷ 정답: $x = -1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 이므로
 $x = -1$ 일 때, 최솟값 2 를 갖는다.

13. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

- ① -11 ② -9 ③ -7 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 6x + 2 \\ &= (x-3)^2 - 7 \\ x &= 3 \text{ 일 때, 최솟값 } -7 \text{ 을 갖는다.} \end{aligned}$$

14. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① $x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.
- ② $x = -2$ 일 때, 최솟값 3을 갖는다.
- ③ $x = 2$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.
- ④ $x = 2$ 일 때, 최솟값 3을 갖는다.
- ⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

해설

$x = 2$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

15. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 2x^2 + 5$

② $y = 6(x + 1)^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5$

④ $y = -3(x - 2)^2 + \frac{1}{3}$

⑤ $y = 2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 양수일 때, 최솟값을 갖는다.

16. 이차함수 $y = -2 + 3x - x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① $-\frac{23}{4}$ ② $-\frac{16}{3}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

해설

$$y = -(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{4} \text{ 이므로}$$

$x = \frac{3}{2}$ 가 x 의 값의 범위 $-1 \leq x \leq 2$ 에 포함되므로

$x = \frac{3}{2}$ 에서 최솟값 $\frac{1}{4}$ 를 갖고,

$x = -1$ 에서 최댓값 -6 을 갖는다.

따라서 최솟값과 최댓값의 합은 $-\frac{23}{4}$ 이다.

17. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2, b = -3$

② $a = 3, b = 2$

③ $a = 2, b = -3$

④ $a = 2, b = 3$

⑤ $a = -3, b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

18. 이차방정식 $x^2 + (k-4)x + k-1 = 0$ 이 중근을 가지도록 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

판별식을 D 라 하면,
 $D = 0$ 일 때 중근을 가지므로
 $D = (k-4)^2 - 4(k-1) = k^2 - 12k + 20 = 0$ 에서
 $(k-2)(k-10) = 0$
따라서, $k = 2, k = 10$ 이므로 k 의 값은 12이다.

19. 다음 방정식의 모든 근의 합을 구하여라.

$$x^3 - 13x + 12 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -13 & 12 \\ & & 1 & 1 & -12 \\ \hline & 1 & 1 & -12 & 0 \end{array}$$

$f(x) = x^3 - 13x + 12$ 라고 하면 $f(1) = 0$ 이므로

$$(x-1)(x^2 + x - 12) = 0$$

$$(x-1)(x+4)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore -4 + 1 + 3 = 0$$

20. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 의 근 중에서 최대의 근은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 6 ⑤ 2

해설

$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 에서
 $x = 1, x = -1$ 을 대입하면 성립하므로
 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$
 $= (x-1)(x+1)(x^2 + x - 6)$
 $= (x-1)(x+1)(x+3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -3, -1, 1, 2$
따라서 최대의 근은 2

21. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

22. 방정식 $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

① $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

② $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③ $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④ $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로 $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x+1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근은 $1 \pm \sqrt{2}$

$\therefore a = -3$, 나머지 근은 $1 \pm \sqrt{2}$

23. 삼차방정식 $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-3, 1 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) + (-3)(1 - \sqrt{2}) + (-3)(1 + \sqrt{2}) = -7$$

$$b = -(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(-3) = -3$$

$$\therefore a + b = -10$$

24. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x-y)(x-2y) = 0$$

$$\Rightarrow (x-y)(x-2y) = 0$$

$$\Rightarrow x = y \text{ 또는 } x = 2y$$

i) $x = y$

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2} \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x+y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$$

25. 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + k - 1$ 의 최솟값이 10 일 때, 그 때의 x 값과 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -2$

▷ 정답: $k = 19$

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 8x + k - 1 \\ &= 2(x+2)^2 - 8 + k - 1 \\ &= 2(x+2)^2 + k - 9\end{aligned}$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 $k - 9$ 를 가지므로 $k - 9 = 10$

$$\therefore k = 19$$