1. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt[3]{-8}+\sqrt{(-2)^2}+\sqrt{-8}\sqrt{-2}+\frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}}+\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{2}}$$

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

(주어진 식)

$= \sqrt[3]{(-2)^3}+\sqrt{4}+\sqrt{8}i\cdot\sqrt{2}i$

$\quad +\frac{\sqrt{16}i}{\sqrt{4}i}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}i}+\frac{\sqrt{3}i}{\sqrt{2}}$

$= -2+2+\sqrt{8\cdot 2}i^2+\sqrt{\frac{16}{4}}-\frac{\sqrt{6}}{2}i+\frac{\sqrt{6}}{2}i$

$= -2+2-4+2$

$= -2$

※ 참고

$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 항상 성립하는 a, b의 부호를 생각해 보자.

$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ 이므로

$\sqrt{-2}\sqrt{-3}=\sqrt{(-2)(-3)}=\sqrt{6}$ 이 된다고 계산할 수도 있다.

그러나 조심해야 할 것은 공식에서 주어지는 조건들이다.

즉, $a<0$, $b<0$ 일 때를 제외한 경우에만 $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ 가 성립한다.

마찬가지로 $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{-5}}=\sqrt{-\frac{10}{5}}=\sqrt{-2}=\sqrt{2}i$ 라고 함부로 계산해서는 안 된다.

왜냐하면 $a>0$, $b<0$ 일 때를 제외한 경우에만 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립하기 때문이다.

2. 다음 등식을 만족하는 실수 x, y에 대하여 $x-y$의 값을 구하면?

$$(1+2i)x+(1+i)y=1+3i$$

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$(x+y)+(2x+y)i=1+3i$

$x+y=1,\ 2x+y=3$

$x=2,\ y=-1$

3. $(\sqrt{3}-i)^2 \times (\sqrt{12}+2i)^2$ 을 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준 식}) &= (\sqrt{3}-i)^2 \times (2\sqrt{3}+2i)^2 \\
&= 2^2 \times \left\{(\sqrt{3}-i)(\sqrt{3}+i)\right\}^2 \\
&= 2^2 \times 4^2 = 2^2 \times 2^4 = 2^6 \\
&= 64
\end{aligned}
$$

4. 복소수 $z=a+bi$일 때, z의 켤레 복소수 $\bar{z}=a-bi$로 나타낸다. 다음 중 옳지 않은 것은? (단, a, b는 실수)

① $\overline{2+i}=2-i$

② $\overline{-2-\sqrt{3}i}=-2+\sqrt{3}i$

③ $\overline{i-1}=i+1$

④ $\bar{0}=0$

⑤ $\overline{-2}=-2$

해설

켤레복소수는 허수부분의 부호를 바꾼다.
③ $i-1$의 허수부분은 i이므로 $\overline{i-1}=-i-1$이다.
실수의 켤레복소수는 자기 자신이므로 ④, ⑤는 옳다.

5. 이차방정식 $3x^2-2x-1=0$의 근을 A, B (단, $A<B$)라 할 때, $3A+B$의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$3x^2-2x-1=0$

$(3x+1)(x-1)=0$

$x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=1$

$\therefore\quad 3A+B=0$

6. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$의 한 근이 1일 때 다른 한 근은? (단, m은 상수)

① 3　　② 2　　③ 0　　④ -1　　⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$에 $x = 1$을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3,\ 1$

따라서, 다른 근은 -3

7. 이차방정식 $x^2-2x+k+2=0$이 중근을 가지도록 하는 상수 k의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

$x^2-2x+(k+2)=0$

$\frac{D}{4}=(-1)^3-(k+2)=0$

$1-k-2=0 \quad \therefore \; k=-1$

8. x에 대한 이차방정식 $x^2+(a-1)x+\frac{1}{4}a^2+a-2=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a의 조건을 구하면?

① $a>1$ ② $a<\frac{3}{2}$ ③ $a<\frac{3}{4}$ ④ $a>\frac{3}{4}$ ⑤ $a<2$

해설

판별식을 D라고 하면,

$D=(a-1)^2-4\left(\frac{1}{4}a^2+a-2\right)=-6\mathrm{a}+9$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D>0$이어야 하므로

$-6a+9>0$에서 $a<\frac{3}{2}$

9. 이차방정식 $x^2 - 2x + m = 0$이 허근을 가질 때, 실수 m의 범위를 구하면?

① $m < 1$ ② $-1 < m < 1$

③ $m < -1$ 또는 $m > 1$ ④ $m > 1$

⑤ $m > -1$

해설

주어진 이차방정식이 허근을 가지려면

$D/4 = 1 - m < 0$

$\therefore m > 1$

10. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 두 근이 α, β일 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값은?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

두근의 합 : 3, 두근의 곱 : 1

$$\therefore \quad \alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$$
$$= 7$$

11. 이차방정식 $x^2 - 2x + a + 1 = 0$의 두 근이 서로 다른 부호의 실근을 가질 때, a의 값의 범위를 구하여라.

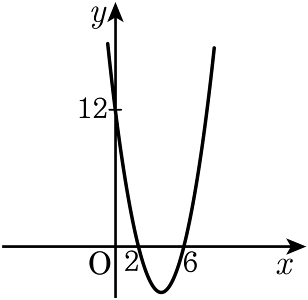
▶ 답 :

▷ 정답 : $a < -1$

해설

(두 근의 곱)$= a + 1 < 0 \quad \therefore a < -1$

12. 다음은 이차함수 $y=(x-2)(x-6)$의 그래프이다.



이 이차함수가 x축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차방정식 $(x-2)(x-6)=0$ 에서 $x=2$ 또는 $x=6$

따라서 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(6,\ 0)$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=4$

13. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 최댓값과 최솟값은?

① 최댓값 : 1 , 최솟값 : 없다

② 최댓값 : 1 , 최솟값 : -5

③ 최댓값 : 4 , 최솟값 : 없다

④ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1

⑤ 최댓값 : 1 , 최솟값 : -3

해설

$$
\begin{aligned}
y &= -2x^2 + 4x - 1 \\
&= -2(x-1)^2 + 1
\end{aligned}
$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 1을 갖는다.

또한, x^2 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

14. 다음 이차함수 중 최댓값이 3 인 것은?

① $y = 2(x-1)^2 + 3$

② $y = -x^2 + x + 3$

③ $y = -(x-3)^2 + 1$

④ $y = -3(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 꼭짓점의 y 좌표가 3 인 것을 찾는다.

15. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 <u>않는</u> 것은?

① $y=-x^2+1$

② $y=-10x^2-\frac{1}{3}$

③ $y=-2(x-1)^2$

④ $y=-\left(x-\frac{1}{5}\right)^2$

⑤ $y=3x^2+4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

16. 이차함수 $y=-x^2-2x+7(-3\le x\le 1)$의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 4 ② 7 ③ 8 ④ 11 ⑤ 12

해설

$y=-x^2-2x+7=-(x+1)^2+8$이므로
꼭짓점의 좌표는 $(-1,8)$이고, 위로 볼록한 포물선이다.
주어진 구간의 양 끝값을 구하면,
$x=-3$일 때 $y=-(-3+1)^2+8=4$
$x=1$일 때 $y=-(1+1)^2+8=4$이다.
따라서 최댓값 $a=8$이고, 최솟값 $b=4$이므로 $a+b=12$

17. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$을 풀면?

① $x = -1$ (중근), $-\dfrac{1}{2}$, 2

② $x = -1$ (중근), $\dfrac{1}{2}$, 1

③ $x = -1$ (중근), $\dfrac{1}{2}$, 2

④ $x = -1$, $\dfrac{1}{2}$, 2 (중근)

⑤ $x = -1$, $\dfrac{1}{2}$ (중근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
 & 2 & -1 & -6 & -1 & 2 \\
-1 & & -2 & 3 & 3 & -2 \\
\hline
 & 2 & -3 & -3 & 2 & \boxed{0} \\
2 & & 4 & 2 & -2 & \\
\hline
 & 2 & 1 & -1 & \boxed{0} &
\end{array}
$$

조립제법에 의하면 주어진 방정식은

$(x+1)(x-2)(2x^2 + x - 1) = 0$

$(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$

$\therefore\ x = -1,\ \dfrac{1}{2},\ 2$

18. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots ㉠ \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

① $(2, 3)$ ② $(-2, 3)$ ③ $(3, 2)$

④ $(3, -2)$ ⑤ $(-3, -2)$

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots\cdots ㉢ \\ 2x + 3y = 12 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$$

㉢ − ㉣×3을 하면 $-4y = -8$

$\therefore\ y = 2$를 ㉣대입하면 $x = 3$

$\therefore\ x = 3,\ y = 2$

19. 이차방정식 $x^2+2x+3=0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x+a)^2=b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2+2x+3=0$ 를 완전제곱식으로 고치면

$(x^2+2x+1)+2=0,\quad (x+1)^2=-2$

$\therefore a=1,\ b=-2$

$\therefore a-b=3$

20. $x^2 - px + q = 0$의 두 근이 α, β이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$일 때 $p^2 + q^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

21. 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

위의 조립제법에서 $f(x) = (x - 2)(x^2 + x + 3)$ 이므로 주어진 방정식은$(x - 2)(x^2 + x + 3) = 0$

$\therefore x = 2$, $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$

두 허근의 합은 -1

22. 사차방정식 $x^4+x^3-7x^2-x+6=0$의 근이 아닌 것은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

대입하여 성립하는 수들을 찾아내어 조립제법으로 인수분해를 하면

$x^4+x^3-7x^2-x+6=0$

$(x-1)(x^3+2x^2-5x-6)=0$

$(x-1)(x-2)(x^2+4x+3)=0$

$(x-1)(x-2)(x+3)(x+1)=0$

$\therefore\ x=-3,-1,1$ 또는 2

23. 다음 사차방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $x = -1$, $x = 2$ 를 대입하면 성립하므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr}
-1 & 1 & -3 & 3 & 1 & -6 \\
 & & -1 & 4 & 7 & 6 \\
\hline
2 & 1 & -4 & 7 & -6 & \boxed{0} \\
 & & 2 & -4 & 6 & \\
\hline
 & 1 & -2 & 3 & \boxed{0} &
\end{array}$$

$(x+1)(x-2)(x^2-2x+3) = 0$

$\therefore\ x = -1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{2}i$

따라서 실근은 -1, 2이므로 $-1 + 2 = 1$이다.

24. 사차방정식 $x^4+5x^3-20x-16=0$의 네 근의 제곱의 합을 구하면?

① 25　　② 20　　③ 10　　④ 7　　⑤ 4

해설

$x^4+5x^3-20x-16$
$=(x+1)(x^3+4x^2-4x-16)$
$=(x+1)(x+4)(x^2-4)$
$=(x+1)(x+4)(x+2)(x-2)$

따라서 네근은 $-1,\ -2,\ -4,\ 2$

$\therefore$ 네근의 제곱의 합은 $1+4+16+4=25$

25. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy의 값은?

① -2　② -1　③ 1　④ 2　⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$

$5=1^2+2xy$

$\therefore\ xy=2$