

1. 다음 빈칸을 순서대로 채워 넣어라.

$\sqrt{49}$ 의 양의 제곱근은 이고, $(-5)^2$ 의 음의 제곱근은

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{7}$

▷ 정답: -5

해설

$\sqrt{49} = 7$ 이므로 7의 양의 제곱근은 $\sqrt{7}$, $(-5)^2 = 25$ 이므로 25의 음의 제곱근은 -5 이다.

2. $\left(2a + \frac{1}{2}b\right)^2 = \square a^2 + \square ab + \frac{1}{4}b^2$ 일 때, $\square$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\left(2a + \frac{1}{2}b\right)^2 = 4a^2 + 2ab + \frac{1}{4}b^2$$

$$\therefore 4 + 2 = 6$$

3. 다음 다항식의 인수분해 과정에서 ㉠, ㉡에 이용된 공식을 보기에서 찾아 차례로 짝지은 것은?

$$\begin{aligned}
 & x^2 + 2xy + y^2 - 1 \xrightarrow{\quad\quad\quad} \text{㉠} \\
 & = (x + y)^2 - 1 \xleftarrow{\quad\quad\quad} \text{㉡} \\
 & = (x + y + 1)(x + y - 1) \xleftarrow{\quad\quad\quad}
 \end{aligned}$$

보기

(가) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

(나) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

(다) $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

(라) $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

① (가), (나)

② (나), (가)

③ (가), (다)

④ (다), (가)

⑤ (가), (라)

해설

$$x^2 + 2xy + y^2 - 1$$

$$= (x + y)^2 - 1 \rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \text{ 이용}$$

$$= (x + y + 1)(x + y - 1) \rightarrow (a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$$

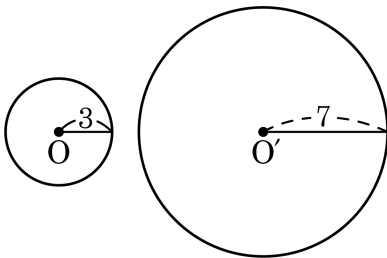
4. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

5. 다음 그림과 같은 두 원 O , O' 의 넓이의 합과 같은 넓이를 갖는 원의 반지름의 길이는?



① $\sqrt{21}$

② $\sqrt{30}$

③ $\sqrt{49}$

④ $\sqrt{52}$

⑤ $\sqrt{58}$

해설

구하려고 하는 반지름의 길이를 x 라 하면 원 O 의 반지름의 길이가 3 이고, 원 O' 의 반지름의 길이는 7 이므로 $3^2\pi + 7^2\pi = 9\pi + 49\pi = 58\pi$, 넓이 (πr^2) 가 58π 인 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{58}$ 이다.

6. $\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a^2 + 5b$ 의 값은?

① $-1 + 2\sqrt{2}$

② $-2 + 2\sqrt{2}$

③ $-2 + 4\sqrt{2}$

④ $-3 + 5\sqrt{2}$

⑤ $-4 + 5\sqrt{2}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } a = 1, b = \sqrt{2} - 1$$

$$2a^2 + 5b = 2 \times 1^2 + 5 \times (\sqrt{2} - 1)$$

$$= 2 + 5\sqrt{2} - 5$$

$$= -3 + 5\sqrt{2}$$

7. $a^2 + (\quad)a - 24$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, () 안에 들어갈 수 없는 정수는?

① -23

② 10

③ -6

④ -5

⑤ 2

해설

① $a^2 - 23a - 24 = (a + 1)(a - 24)$

② $a^2 + 10a - 24 = (a - 2)(a + 12)$

④ $a^2 - 5a - 24 = (a + 3)(a - 8)$

⑤ $a^2 + 2a - 24 = (a - 4)(a + 6)$

8. 이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 일 때, k 의 값과 다른 근을 구하면?

① $k = 0, 1 - \sqrt{3}$

② $k = 1, 2 + \sqrt{3}$

③ $k = 2, 1 + \sqrt{3}$

④ $k = 3, 1 - \sqrt{3}$

⑤ $k = 4, 2 + \sqrt{3}$

해설

한 근 $2 - \sqrt{3}$ 을 대입하여 k 를 구하면 $k = 1$

$x^2 - 4x + 1 = 0$ 에서 $x = 2 \pm \sqrt{3}$

따라서 다른 한 근은 $2 + \sqrt{3}$

9. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1 개가 아닌 것은?

① $-x^2 + 10x - 1 = 24$

② $x^2 - 8x - 14 = -30$

③ $2x^2 - 8x + 18 = 4x$

④ $x^2 + 2x + 15 = -8x - 1$

⑤ $-3x^2 + 18x - 15 = 12$

해설

근의 개수가 1 개이려면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0 의 꼴이어야 한다.

① $-(x - 5)^2 = 0$

② $(x - 4)^2 = 0$

③ $2(x - 3)^2 = 0$

⑤ $-3(x - 3)^2 = 0$

10. 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 5x - 6 = 0$

② $x^2 - 5x + 6 = 0$

③ $x^2 + 5x - 6 = 0$

④ $x^2 + 6x + 5 = 0$

⑤ $x^2 + 5x + 6 = 0$

해설

두 근의 합은 -2 , 두 근의 곱은 -3

-2 , -3 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x + 2)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x^2 + 5x + 6 = 0$$

11. 어떤 정사각형의 가로 길이를 4 cm 길게 하고, 세로 길이를 6 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 39 cm^2 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 81 cm^2

해설

정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면, $(x+4)(x-6) = 39$
이므로

$$x^2 - 2x - 24 = 39$$

$$x^2 - 2x - 63 = 0$$

$$(x+7)(x-9) = 0$$

$$x = 9 \quad (\because x > 6)$$

따라서 처음 정사각형의 넓이는 $9 \times 9 = 81(\text{cm}^2)$ 이다.

12. 196의 제곱근을 각각 x , y 라 할 때, $\sqrt{3x - 2y + 11}$ 의 제곱근을 구하여라. (단, $x > y$)

▶ 답:

▷ 정답: ± 3

해설

제곱하여 196이 되는 수 중 $x > y$ 인 수는

$x = 14$, $y = -14$ 이므로

$$\sqrt{3x - 2y + 11} = \sqrt{81} = 9$$

따라서 9의 제곱근은 ± 3 이다.

13. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

14. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점 P 에서 y 축에
평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는
점을 Q 라 할 때 $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하면?

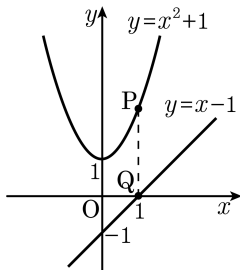
① $\frac{1}{2}$

② $\frac{7}{4}$

③ $\frac{6}{5}$

④ $\frac{7}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$



해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의
x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를
($t, t^2 + 1$) 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 ($t, t - 1$)

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t - 1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

15. 다음 그림과 같이 20m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.
넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
④ 6 m ⑤ 7 m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,

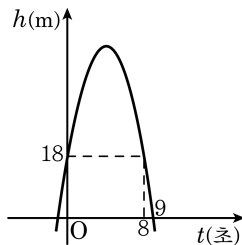
$$y = x(20 - 2x)$$

$$= -2x^2 + 20x$$

$$= -2(x - 5)^2 + 50$$

$x = 5$ 일 때, 최대값은 50 이다.

16. 다음은 지면으로부터 18m 의 높이에서 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이 h m 를 그래프로 나타낸 것이다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.



▶ 답 : 초

▶ 답 : m

▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 50m

해설

이차함수의 식을 $h = at^2 + bt + c$ 로 놓고 세 점 $(0, 18)$, $(8, 18)$, $(9, 0)$ 의 좌표를 각각 대입하면

$18 = c$, $18 = 64a + 8b + c$, $0 = 81a + 9b + c$ 이므로 연립하여 풀면 $a = -2$, $b = 16$, $c = 18$ 이다.

즉, $h = -2t^2 + 16t + 18 = -2(t - 4)^2 + 50$

따라서 $t = 4$ 일 때, h 는 최댓값 50 을 갖는다.

17. $\sqrt{\frac{96x}{y}} = N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① xy 의 최솟값은 6 이다.
- ② $2x + y$ 의 최솟값은 7 이다.
- ③ $y = 3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.
- ④ x 가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.
- ⑤ xy 는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\frac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\frac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다.(① 성립)

$x = 1$ 일 때, $y = 6$ 이면 $N = \sqrt{16} = 4$ 이다.(④ 성립)

$y = 3$ 일 때, $x = 2$ 이면 $N = 8$ 이다.(③은 성립하지 않는다.)

$2x + y$ 는 $x = 2, y = 3$ 일 때 최솟값 7 을 갖는다.(② 성립)

$x = 3$ 이고 $y = 25$ 인 경우 N 은 자연수가 되지만 xy 는 6 의 배수가 아니다.(⑤는 성립하지 않는다.)

18. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $-3x^4 + 2x^2 - 5x$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$x^2 - x + 1 = 0 \text{ 이므로}$$

$$x^2 = x - 1$$

$$x^4 = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$= (x - 1) - 2x + 1 = -x$$

$$-3x^4 + 2x^2 - 5x = 3x + 2(x - 1) - 5x$$

$$= 3x + 2x - 2 - 5x = -2$$

19. x 에 관한 방정식 $x^2 + (3-a)x - 3a = x^2 - 2(b+1) + 4b = x^2 + (5a-6b)x - 30ab = 0$ 을 만족하는 근이 양수일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = \frac{1}{3}$

해설

$$x^2 + (3-a)x - 3a = 0 \text{에서 } (x-a)(x+3) = 0$$

$$\therefore x = a \text{ 또는 } x = -3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - 2(b+1)x + 4b = 0 \text{에서 } (x-2b)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 2b \text{ 또는 } x = 2 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x^2 + (5a-6b)x - 30ab = 0 \text{에서}$$

$$(x+5a)(x-6b) = 0$$

$$\therefore x = -5a \text{ 또는 } x = 6b \cdots \textcircled{㉢}$$

세 이차방정식을 동시에 만족하는 공통근이 양수이므로

$$\textcircled{㉠} \text{에서 공통근은 } x = a \quad \therefore a > 0$$

$$\textcircled{㉢} \text{에서 } -5a < 0 \text{이므로 공통근은 } x = 6b$$

$$\therefore b > 0$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } 2b \neq 6b \text{이므로 공통근은 } x = 2$$

$$\text{즉, } x = 2 \text{이므로 } a = 2, 6b = 2$$

$$\text{따라서 } a = 2, b = \frac{1}{3} \text{이다.}$$

20. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 35km 를 왕복하는데 12시간 걸린다면 35km 를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.



답 :

시간



정답 : 5시간

해설

올라갈 때 속력 : x km/h

내려올 때 속력 : $(x + 2)$ km/h 라고 하면

$$\frac{35}{x} + \frac{35}{x+2} = 12$$

양변에 $x(x+2)$ 를 곱하면

$$35(x+2) + 35x = 12x(x+2)$$

$$70x + 70 = 12x^2 + 24x$$

$$12x^2 - 46x - 70 = 0$$

$$(x-5)(12x+14) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$ (km/h)

(내려올 때 속력) $= x + 2 = 7$ (km/h)

$$\therefore \frac{35}{7} = 5 \text{ (시간)}$$