

1. 두 다항식  $A, B$ 에 대하여 연산  $A \ominus B$ 와  $A \otimes B$ 를 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$A \ominus B = A - 3B, \quad A \otimes B = (A + B)B$$

$$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3, \quad Q = x^3 + x^2y + xy^2 \text{ 이라 할 때,}$$

$(P \ominus Q) \otimes Q$ 를  $x, y$ 에 관한 다항식으로 나타내면?

- ①  $x^4y^2 + xy^5$       ②  $x^4y^2 - xy^5$       ③  $x^3y^2 - xy^4$   
 ④  $x^3y^2 + xy^4$       ⑤  $2x^3y^2 - xy^4$

**해설**

정의에 따라  $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 변형하면

$$\begin{aligned} (P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \dots \text{ ①} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P - 2Q &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3 \end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned} (P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5 \end{aligned}$$

2. 다항식  $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식  $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이  $ax + b$ 이고, 나머지가  $cx + d$ 이었다. 이 때,  $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

3.  $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을  $a$ , 나머지를  $b$ 라 할 때,  $a + b$ 를 구하면?

- ①  $3x^2 + x + 1$       ②  $x^2 + x + 1$       ③  $3x^2 + 1$   
④  $x^2 + x - 1$       ⑤  $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면  $a = 3x^2 + x - 2$ ,  $b = 3$   
 $\therefore a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.

이 때,  $2x - 1$ 로 나눈 몫은  $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫의  $\frac{1}{2}$ 이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\ &= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R \end{aligned}$$

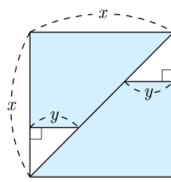
4.  $x$  에 대한 다항식  $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$  를 다항식  $B$  로 나눌 때, 몫이  $2x+1$  이고, 나머지가  $-6x+2$  이다. 이 때, 다항식  $B$  를 구하면?

- ①  $x^2 + 2x + 2$       ②  $x^2 + x + 2$       ③  $x^2 - x + 2$   
④  $x^2 - 2x + 2$       ⑤  $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x+1) - 6x+2 \text{ 에서} \\ B(2x+1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x+1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

5. 다음 그림은 한변의 길이가  $x$ 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를  $x, y$ 에 관한 식으로 나타내어라.



- ①  $xy - y^2$       ②  $x^2 - y^2$       ③  $x^2 - y$   
 ④  $\frac{xy - y^2}{2}$       ⑤  $\frac{x - y}{2}$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

6. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

①  $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$

②  $(a+2b-3c)^2 = a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③  $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3+8$

④  $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = x^4-x^2y^2+y^4$

⑤  $(x-1)^2(x+1)^2 = x^4-2x^2+1$

해설

$$\begin{aligned} \text{④ } & (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) \\ &= (x^2+y^2)^2 - (xy)^2 \\ &= x^4+x^2y^2+y^4 \end{aligned}$$

7.  $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는  $n+1$ 개이다. 다항식  $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면?

- ① 7개    ② 8개    ③ 12개    ④ 13개    ⑤ 64개

해설

$$\begin{aligned} & \{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4 \\ &= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4 \\ &= (4a^2-9b^2)^{12} \\ &\therefore (4a^2-9b^2)^{12} \text{의 항의 개수는 13개이다.} \end{aligned}$$

8.  $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$ 을 전개한 식에서  $x^3$ 의 계수는?

- ① 31      ② 33      ③ 35      ④ 37      ⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

9.  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$  일 때,  $f(x) - 2 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$  가 항상 성립하도록 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  이므로  
 $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$   
 $= x^3 + (-a + b)x^2 + (a - 1)x - b \cdots \textcircled{1}$   
 $\textcircled{1}$ 이  $x$ 에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.  
즉,  $-a + b = -3, a - 1 = 3, b = 1$   
이므로  $a = 4, b = 1$   
 $\therefore a + b = 5$

10.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

11.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수  $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에  $x = -1$ ,  $x = 2$ 를 각각 대입하면,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \text{㉠}$$

$$(2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면,

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

12. 다항식  $x^3 + ax^2 + bx - 1$  이  $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면  
 $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ 이므로  $f(x)$ 는  $x-1, x-2$ 로 나누어 떨어진다.

$$f(1) = 1 + a + b - 1 = 0 \text{ 즉, } a + b = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0 \text{ 즉, } 4a + 2b = -7 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{으로부터 } a = -\frac{7}{2}, b = \frac{7}{2}$$

$$\therefore a + b = 0$$

13. 등식  $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$  이  $x$  에 관한 항등식일 때, 상수  $b$  의 값은?

- ① 3      ② -4      ③ 2      ④ 8      ⑤ 6

**해설**

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$= (x-1)\{a(x-1) + b\} + c$$

1	3	2	1	
	3	5	6	← c
1	3	5	6	
	3	8	← c	
	↑			
	a			

**해설**

$x = 1$  을 대입하면  $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + 6$$

$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

$$\rightarrow (x-1)(3x+5) = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

→ 양변을  $x-1$  로 나누면

$$3x+5 = a(x-1) + b = ax - a + b$$

∴  $a = 3, b = 8$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

14.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를  $x + 1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr} k & 1 & a & b & 1 \\ & & c & d & 1 \\ \hline & 1 & 3 & -1 & 2 \end{array}$$

- ①  $a = 3$                       ②  $b = 2$                       ③  $c = -1$   
 ④  $d = -3$                       ⑤  $k = -1$

**해설**

다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를  $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & a & b & 1 & \\ & & -1 & -a+1 & -b+a-1 & \\ \hline & 1 & a-1 & b-a+1 & -b+a & \end{array}$$

이때  $k = -1, c = -1, d = -a + 1, b - a + 1 = -1, -b + a = 2$  이므로

$k = -1, c = -1, a = 4, b = 2, d = -3$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

15. 다항식  $x^4 + x^2y^2 + 25y^4$ 을 인수분해 하였더니  $(x^2 + mxy + 5y^2)(x^2 + nxy + 5y^2)$ 가 되었다. 이 때 상수  $m, n$ 의 합  $m + n$ 의 값을 구하면?

- ① -6      ② -3      ③ 0      ④ 3      ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 10x^2y^2 + 25y^4 - 9x^2y^2 \\ &= (x^2 + 5y^2)^2 - (3xy)^2 \\ &= (x^2 + 5y^2 - 3xy)(x^2 + 5y^2 + 3xy) \\ \therefore m + n &= 0\end{aligned}$$

16.  $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$  을 인수분해하면?

- ①  $-(a-b)(b-c)(c-a)$       ②  $-(a+b+c)(a-b-c)$   
③  $-(a+b)(b+c)(c+a)$       ④  $(a+b)(b+c)(c+a)$   
⑤  $(a-b)(b-c)(c-a)$

해설

전개하여  $a$  에 대한 내림차순으로 정리한 후, 인수분해 한다.

$$\begin{aligned} & ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a) \\ &= (b-c)a^2 - (b^2-c^2)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \\ &= -(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

17.  $\frac{2007^3 - 1}{2007 \times 2008 + 1}$  의 값은?

- ① 2004    ② 2005    ③ 2006    ④ 2007    ⑤ 2008

해설

2007 =  $a$ 로 놓고

주어진 식을  $a$ 에 대한 식으로 변형하면

$$\begin{aligned}\frac{a^3 - 1}{a(a+1) + 1} &= \frac{a^3 - 1}{a^2 + a + 1} \\ &= \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} \\ &= a - 1 = 2007 - 1 = 2006\end{aligned}$$

18.  $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때,  $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

19. 두 이차다항식의 최대공약수가  $x-1$ , 최소공배수가  $x^3-2x^2-5x+6$  일 때, 두 다항식의 합은?

- ①  $2x^2-3x+1$       ②  $2x^2-2x-1$       ③  $2x^2+3x-5$   
④  $2x^2+2x-4$       ⑤  $2x^2+3x-3$

해설

구하는 다항식을  $A, B$ 라고 하면  
 $AB = (x-1)(x^3-2x^2-5x+6)$   
 $= (x-1)^2(x+2)(x-3)$   
 $A, B$ 의 최대공약수가  $x-1$ 이므로  
 $A = (x-1)(x+2) = x^2+x-2$   
 $B = (x-1)(x-3) = x^2-4x+3$   
 $\therefore A+B = 2x^2-3x+1$

20.  $x$ 에 대한 다항식  $P(x)$ 를  $x-2$ 로 나눈 나머지가 5이고, 그 몫을 다시  $x+3$ 으로 나눈 나머지가 3일 때,  $xP(x)$ 를  $x+3$ 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$x$ 에 대한 다항식  $P(x)$ 를  $x-2$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ ,  
 $Q(x)$ 를  $x+3$ 으로 나눈 몫을  $Q_1(x)$ 라 하면  
 $P(x) = (x-2)Q(x) + 5, Q(x) = (x+3)Q_1(x) + 3$ 이므로  
 $P(x) = (x-2)\{(x+3)Q_1(x) + 3\} + 5$   
 $= (x-2)(x+3)Q_1(x) + 3x - 1$   
 $\therefore P(-3) = -9 - 1 = -10$   
따라서  $xP(x)$ 를  $x+3$ 으로 나눈 나머지는  
 $-3P(-3) = -3 \times (-10) = 30$

해설

나머지정리에 의해  $Q(-3) = 3$   
 $P(x) = (x-2)Q(x) + 5$ 에서 양변에  $x$ 를 곱하면  
 $xP(x) = x(x-2)Q(x) + 5x \cdots \textcircled{1}$   
나머지정리에 의해  $xP(x)$ 를  $x+3$ 로 나눈 나머지는  $-3P(-3)$   
이다.  
 $\textcircled{1}$ 의 양변에  $x = -3$ 을 대입하면  
 $-3P(-3) = -3 \cdot (-5)Q(-3) - 15$   
 $Q(-3) = 3$ 을 대입하면  $-3P(-3) = 30$

21.  $(x+2)(x-3)(x+6)(x-9)+21x^2$ 을 인수분해하면  $(x^2+p)(x^2+qx-18)$ 이다.  $pq$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x+2)(x-9)\}\{(x-3)(x+6)\} + 21x^2 \\ &= (x^2 - 7x - 18)(x^2 + 3x - 18) + 21x^2 \\ &= \{(x^2 - 18) - 7x\}\{(x^2 - 18) + 3x\} + 21x^2 \\ &= (x^2 - 18)^2 - 4x(x^2 - 18) - 21x^2 + 21x^2 \\ &= (x^2 - 18)(x^2 - 4x - 18)\end{aligned}$$

따라서  $p = -18, g = -4$

$$\therefore pq = (-18) \times (-4) = 72$$

22. 두 다항식  $f(x) = x^3 + x^2 + ax - 3$ ,  $g(x) = x^3 - x^2 + bx + 3$ 의 최대공약수  $G(x)$ 가  $x$ 의 이차식일 때,  $ab$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$f(x) = x^3 + x^2 + ax - 3$$

$$g(x) = x^3 - x^2 + bx + 3$$

$$f(x) - g(x) = 2x^2 + (a - b)x - 6$$

$$f(x) + g(x) = 2x^3 + (a + b)x$$

$$= x\{2x^2 + (a + b)\}$$

$G(x)$ 는  $f(x) - g(x)$ ,  $f(x) + g(x)$ 의 공약수이다.

$$\therefore 2x^2 + (a - b)x - 6 = 2x^2 + (a + b)$$

$$a - b = 0, a + b = -6$$

$$\therefore a = -3, b = -3, ab = 9$$

23.  $x$ 에 관한 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 + 1$ 로 나누면 나머지가  $x + 1$ 이고,  $x - 1$ 로 나누면 나머지가 4이다. 이 다항식  $f(x)$ 를  $(x^2 + 1)(x - 1)$ 로 나눌 때의 나머지의 상수항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 를  $(x^2 + 1)(x - 1)$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $ax^2 + bx + c$ (단,  $a, b, c$ 는 상수)라고 하면,

$$f(x) = (x^2 + 1)(x - 1)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

그런데  $f(x)$ 를  $x^2 + 1$ 로 나누면 나머지가  $x + 1$ 이므로

$$f(x) = (x^2 + 1)(x - 1)Q(x) + a(x^2 + 1) + (x + 1)$$

또  $f(x)$ 를  $x - 1$ 로 나누면 나머지가 4이므로

$$f(1) = 2a + 2 = 4 \text{에서 } a = 1$$

$$\text{따라서 } ax^2 + bx + c = a(x^2 + 1) + x + 1 = x^2 + x + 2$$

$\therefore$  구하는 나머지의 상수항은 2

24. 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + b = -\sqrt{2}$ ,  $b + c = \sqrt{2}$ 일 때,  $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3 - 3(a - b)(b - c)(c - a)$ 의 값은?

- ① 0      ②  $\sqrt{2}$       ③  $-\sqrt{2}$       ④ 2      ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3 - 3(a - b)(b - c)(c - a) \\ &= \{(a - b) + (b - c) + (c - a)\} \\ & \quad \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \\ & \quad - (a - b)(b - c) - (b - c)(c - a) - (c - a)(a - b)\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

25.  $x$ 에 관한 두 다항식  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여,  $(x+1)f(x) = (x-1)g(x)$ 일 때, 다음 중  $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 최소공배수는?

- ①  $(x-1)g(x)$       ②  $(x+1)g(x)$       ③  $(x-1)^2g(x)$   
④  $(x+1)^2g(x)$       ⑤  $(x-1)^3g(x)$

해설

$(x+1)f(x) = (x-1)g(x) \cdots$  ①  
 $x+1$ 과  $x-1$ 이 서로 소이므로  
 $x+1$ 은  $g(x)$ 의 인수이다.  
따라서  $g(x) = (x+1)h(x) \cdots$  ② 로 놓으면  
①에서  $f(x) = (x-1)h(x) \cdots$  ③  
②와 ③에서  $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 최소공배수는  
 $(x-1)(x+1)h(x)$  즉,  $(x-1)g(x)$