

1. 세 수 2×7^4 , $2^a \times 3 \times 7^3$, $2 \times b^c \times 7^d$ 의 최대공약수가 2×7^3 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 일 때, $a \times b - c \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

최대공약수가 2×7^3 ,

최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 이므로

$$a = 3, b = 5, c = 2, d = 5$$

$$\therefore a \times b - c \times d = 3 \times 5 - 2 \times 5 = 5$$

2. 어떤 세 자연수의 비가 $2:3:4$ 이고 최대공약수가 6 일 때, 세 자연수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 72

해설

$$\begin{array}{r} a) \underline{2 \times a \quad 3 \times a \quad 4 \times a} \\ 2) \underline{2 \quad 3 \quad 4} \\ \quad 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

최대공약수는 $a = 6$ 이고,

최소공배수는 $a \times 2^2 \times 3 = 6 \times 2^2 \times 3 = 72$ 이다.

3. 두 분수 $\frac{15}{16}$, $\frac{5}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$

해설

$$\frac{(16, 12 \text{의 최소공배수})}{(15, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{48}{5}$$

4. 세 자연수 2, 4, 7 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 두 자리 자연수를 구하여라.

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

세 자연수 2, 4, 7 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 수는 세 수의 공배수보다 1 큰 수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2 \quad 4 \quad 7} \\ \underline{1 \quad 2 \quad 7} \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 7 = 28$$

2, 4, 7 의 최소공배수가 28 이므로, 2, 4, 7 의 공배수는 28 의 배수와 같다. 이 때, 가장 작은 두 자리 자연수는 28 이므로, 구하고자 하는 수는 $28 + 1 = 29$ 이다.

5. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1 번

② 2 번

③ 3 번

④ 4 번

⑤ 5 번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144

$$144 \div 48 = 3$$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도

3 번 회전한 후이다.

6. 두 자연수 $6 \times x$, $8 \times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$6 \times x = 2 \times 3 \times x$$

$$6 \times x = 2^3 \times 3 \times x$$

$$\text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times x = 216 \cdots \textcircled{1}$$

$$24 \times x = 216$$

$$x = 216 \div 24 = 9$$

7. 두 분수 $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{36}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

구하는 수는 24 와 36 의 최소공배수이므로 72 이다.

8. 세 자연수 16, 18, 24 의 어느 것으로 나누어도 나누어 떨어지는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 144

해설

구하는 수를 x 라고 하면 x 는 16, 18, 24 의 공배수이다.
16, 18, 24 의 최소공배수는 144 이다.

9. 가로 6cm, 세로 9cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6cm

② 9cm

③ 15cm

④ 18cm

⑤ 36cm

해설

6 과 9 의 최소공배수가 구하는 정사각형의 한 변이므로 18cm가 된다.

10. 가로 길이 6 cm, 세로 길이 8 cm, 높이 12 cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리 길이는?

- ① 24 cm ② 32 cm ③ 48 cm ④ 50 cm ⑤ 54 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 24 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \quad 8 \quad 12} \\ 2 \overline{) 3 \quad 4 \quad 6} \\ 3 \overline{) 3 \quad 2 \quad 3} \\ \quad 1 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

11. 어떤 수로 70 을 나누면 나누어 떨어지고, 24 를 나누면 4 가 모자라고, 43 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

어떤 수는 70, $24 + 4 = 28$, $43 - 1 = 42$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로 14 이다.

12. 어떤 자연수로 35 를 나누면 나누어 떨어지고, 72 를 나누면 2 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

어떤 수는 35, $72 - 2 = 70$ 의 공약수이다.

이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 35 이다.

13. 현근이네 반 남학생 30 명과 여학생 24 명은 이어달리기경주를 하기 위해 조를 짜기로 하였다. 각 조에 속하는 여학생의 수와 남학생의 수가 같고 가능한 많은 인원으로 조를 편성하려고 할 때, 몇 조까지 만들어지는가?

① 7조

② 6조

③ 5조

④ 4조

⑤ 3조

해설

남학생 수와 여학생 수의 최대 공약수는 6 이다.
따라서 6 조까지 만들어진단다.

14. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.

$\therefore a + b + c = 12$

15. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 13

② 12

③ 10

④ 8

⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로

$2^a = 2^3$, $3^b = 3^3$, $c = 7$ 이다.

$\therefore a = 3$, $b = 3$, $c = 7$ 에서 $a + b + c = 13$

16. 두 자연수의 최대공약수는 20 이다. 이 두 수의 공약수를 모두 고르면?

① 3

② 5

③ 7

④ 10

⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 20 의 약수이므로 1, 2, 4, 5, 10, 20 이다.

따라서 주어진 수 중에서 두 자연수의 공약수를 모두 고르면 5, 10 이다.

17. $3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② 5×7^2

③ $2^3 \times 3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 7^2$

⑤ $3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore 3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수: $3^2 \times 5^2$

18. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45

② 60

③ 75

④ 90

⑤ 105

해설

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } a = 3 \times 5$$

$$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2, b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$a = 15, b = 60$$

$$\therefore b - a = 45$$

19. $96 \times m = n^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$96 = 2^5 \times 3 \text{ 이므로 } m = 2 \times 3$$

$$2^5 \times 3 \times (2 \times 3) = 2^6 \times 3^2, n = 2^3 \times 3 = 24$$

$$m = 6, n = 24$$

$$\therefore m + n = 30$$

20. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

21. 60에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

22. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

23. 다음 중 $2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 의 소인수를 모두 구한 것은?

① 2, 3, 5

② 2, 3

③ 2

④ 3, 5

⑤ $2^3, 5$

해설

$2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

24. 360 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2 \overline{) 360}$$

$$2 \overline{) 180}$$

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 3 + 2 + 1 = 6$$

25. 5 로 나누어도 3 이 남고, 6 으로 나누어도 3 이 남는 자연수 중 100 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

▷ 정답 : 63

▷ 정답 : 93

해설

구하는 수는 5, 6 의 공배수보다 3 만큼 큰 수 중 100 이하의 수이다. 이때, 5, 6 의 최소공배수는 30 이므로 5, 6 의 공배수는 30, 60, ... 이다.

따라서 구하는 수는 33, 63, 93 이다.

26. 다음 두 수의 최대 공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

$$2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$2 \times 5 \times 5 \times 7$$

- ① 최대공약수 : 2, 최소공배수 : 90
- ② 최대공약수 : 3, 최소공배수 : 1050
- ③ 최대공약수 : 5, 최소공배수 : 350
- ④ 최대공약수 : 6, 최소공배수 : 90
- ⑤ 최대공약수 : 10, 최소공배수 : 3150

해설

$$\text{최대공약수} : 2 \times 5 = 10$$

$$\text{최소공배수} : 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3150$$

27. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 9의 약수는 1, 3, 9이다.
- ② 18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
- ③ 9와 18의 최대공약수는 9이다.
- ④ 9와 18의 모든 공약수는 두 수의 최대공약수인 9의 약수와 같다.
- ⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 2개이다.

해설

⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 최대공약수 9의 약수와 개수와 같으므로 3개이다.

28. 안에 알맞은 수를 차례로 나열한 것은?

$$18 \text{의 소인수분해} : \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{}$$

$$24 \text{의 소인수분해} : \boxed{2} \times \boxed{} \times \boxed{2} \times \boxed{3}$$

$$\text{최대공약수} : \boxed{2} \times \boxed{}$$

① 2, 1, 2

② 2, 3, 3

③ 3, 1, 2

④ 3, 2, 2

⑤ 3, 2, 3

해설

$$18 \text{의 소인수분해} : 2 \times 3 \times 3$$

$$24 \text{의 소인수분해} : 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{최대공약수} : 2 \times 3$$

29. 서로 다른 두 자연수 a, b 에 대하여 다음 중 a, b 가 서로소인 것은?

- ① a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것이 없다.
- ② a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 1 뿐이다.
- ③ a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 0 뿐이다.
- ④ a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 a 뿐이다.
- ⑤ a 의 약수와 b 의 약수 중 공통인 것은 a, b 이다.

해설

a, b 가 서로소일 때, 두 수의 공약수는 1 뿐이고, 최대공약수도 1 이다.

30. 다음 수 중에서 약수가 가장 많은 수를 써라.

36 48 64 120

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2 \text{ 이므로 } (2 + 1) \times (2 + 1) = 9(\text{개})$$

$$48 = 2^4 \times 3 \text{ 이므로 } (4 + 1) \times (1 + 1) = 10(\text{개})$$

$$64 = 2^6 \text{ 이므로 } 6 + 1 = 7(\text{개})$$

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } (3 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 16(\text{개})$$

31. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

① $2^3 \times 3^4$

② $2^2 \times 7^5$

③ $3^2 \times 5 \times 7$

④ $3^3 \times 7$

⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)

② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이다.

32. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

① 3^{11}

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^3 \times 7^2$

④ $3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

33. 264 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 11

② 1, 2, 3, 11

③ 2^2 , 11

④ 2^3 , 3, 11

⑤ 2, 3, 5, 11

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

34. 다음 중 소인수분해가 옳지 않은 것은?

① $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

② $16 = 4^2$

③ $108 = 2^2 \times 3^3$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

해설

②, $16 = 2^4$

35. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 161 은 소수가 아니다.
- ② 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
- ③ 1 은 소수도 아니고 합성수도 아니다.
- ④ 25 이하의 소수의 개수는 10 개이다.
- ⑤ 소수는 약수가 2 개뿐이다.

해설

② 자연수 1은 약수가 1 개이다.

④ 25 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 이다.

36. 다음 중 소수인 것을 모두 고르면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

1은 소수도 합성수도 아닌 단위수라고 한다.