1. $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는?

① $x > 1$ ② $x < 1$ ③ $x > 0$
④ $x > -1$ ⑤ $x < -1$

해설

$y = -x^2 + 2x + 3$
$= -(x-1)^2 + 4$
위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = 1$ 이므로
따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는 $\{x \mid x > 1\}$ 이다.

2. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$ ㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$ ㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

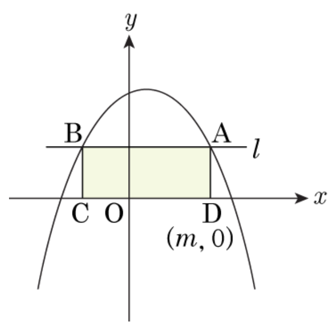
① $1 < |a| < \frac{1}{2}$ ② $1 < |a| < \frac{3}{2}$ ③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.
a 의 절댓값을 각각 구하면
㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢2 ㉣3 ㉤1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉣ 이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로
④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

3. $y=-x^2+x+6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, □ABCD 의 둘레의 길이의 최댓값은?($\frac{1}{2}<m<3$)



① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{31}{4}$ ③ 10
④ $\frac{49}{4}$ ⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y=-x^2+x+6=-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m,\ -m^2+m+6)$ 이다.

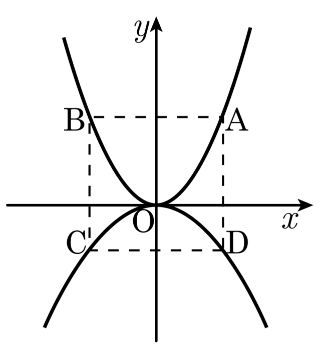
직사각형의 가로의 길이는 $2(m-\frac{1}{2})$ 이고,

직사각형의 세로의 길이는 $-m^2+m+6$

$$
\begin{aligned}
(\square\text{ABCD둘레의 길이}) &= 2\{2(m-\tfrac{1}{2})-m^2+m+6\} \\
&= 2(2m-1-m^2+m+6) \\
&= 2(-m^2+3m+5) \\
&= -2(m-\tfrac{3}{2})^2+\tfrac{29}{2}
\end{aligned}
$$

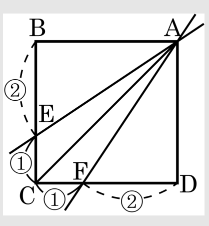
$m=\frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.

4. 두 함수 $y=x^2$, $y=-\frac{1}{2}x^2$과 정사각형 ABCD에 대하여 점 A를 지나고 정사각형 ABCD의 넓이를 3등분하는 두 개의 직선의 기울기의 곱을 구하면?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설



위의 그림에서 A 점의 x좌표를 구하면

$2a=\frac{3}{2}a^2$, $a=\frac{4}{3}$

$\therefore$ A$\left(\frac{4}{3},\ \frac{16}{9}\right)$

정사각형의 넓이는 $(2a)^2=\frac{64}{9}$이므로 넓이가 삼등분되면 각 넓이는

$\frac{64}{9}\times\frac{1}{3}=\frac{64}{27}$에서

$\frac{64}{27}=\frac{8}{3}\times②\times\frac{1}{2}$

$②=\frac{16}{9}$

직선 AF의 기울기는 $\dfrac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{9}}=\frac{3}{2}$

마찬가지 방법으로 AE의 기울기를 구하면 $\frac{2}{3}$

$\therefore$두 기울기의 곱은 $\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}=1$