1. 다음 이차함수에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열한 것은?

보기

㉠ $y=-2x^2$　　㉡ $y=\frac{1}{2}x^2$

㉢ $y=-\frac{1}{3}x^2+4$　　㉣ $y=4x^2-1$

㉤ $y=3(x-1)^2$

① (㉠) – (㉢) – (㉡) – (㉤) – (㉣)

② (㉢) – (㉡) – (㉠) – (㉤) – (㉣)

③ (㉣) – (㉤) – (㉡) – (㉢) – (㉠)

④ (㉣) – (㉤) – (㉡) – (㉠) – (㉢)

⑤ (㉣) – (㉤) – (㉠) – (㉡) – (㉢)

해설

이차항의 계수의 절댓값이 큰 것부터 찾아 나열한다.

2. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시키면 점$(-3,\ a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값은?

① -11 ② -8 ③ -7 ④ 4 ⑤ 7

해설

$y = -x^2 - 2$
$(-3,\ a)$를 지나므로
$a = -9 - 2$
$\therefore a = -11$

3. 함수 $y = 5(x-1)^2 - 2$ 의 꼭짓점과 대칭축을 구하면?

① 꼭짓점 $(-1, -2)$, 축 $x = -1$

② 꼭짓점 $(-1, -2)$, 축 $x = 1$

③ 꼭짓점 $(1, -2)$, 축 $x = -1$

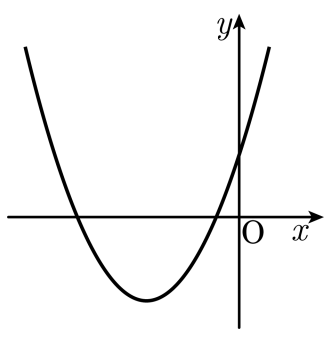
④ 꼭짓점 $(1, -2)$, 축 $x = 1$

⑤ 꼭짓점 $(-1, 2)$, 축 $x = -1$

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼭짓점은 $(p,\ q)$ 이고, 대칭축은 $x = p$ 이다.

4. 다음 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프이다. a , p , q 의 부호를 각각 구하면?



① $a > 0, p > 0, q > 0$ ② $a > 0, p > 0, q < 0$

③ $a > 0, p < 0, q < 0$ ④ $a < 0, p < 0, q < 0$

⑤ $a < 0, p > 0, q < 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.
또한, 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$ 이고 제3 사분면에 있으므로 $p < 0,\ q < 0$ 이다.
따라서 $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$ 이다.

5. 다음 중 꼭짓점 $(-1,\ 4)$, 대칭축의 방정식 $x=-1$, y 축과의 교점의 좌표 $(0,\ 3)$ 인 이차함수는?

① $y=x^2-2x-3$　② $y=x^2-4x+5$

③ $y=-x^2-2x+3$　④ $y=-x^2+4x-10$

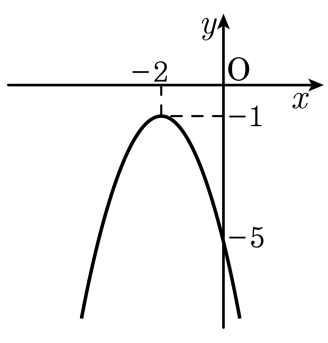
⑤ $y=2x^2-4x+5$

해설

$y=a(x+1)^2+4$ 에 $(0,\ 3)$ 을 대입한다. $a=-1$

$\therefore y=-x^2-2x+3$

6. 다음 이차함수 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?



① 이차함수 그래프의 식은 $y = -(x-2)^2 - 1$ 이다.

② 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프이다.

③ 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.

④ 점 $(1, -10)$ 을 지난다.

⑤ y의 값의 범위는 $y \le -5$ 이다

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$ 이므로
$y = a(x+2)^2 - 1$
$(0, -5)$ 를 지나므로
$-5 = 4a - 1$
$a = -1$
$\therefore\ y = -(x+2)^2 - 1$
따라서 점 $(1, 10)$ 을 지난다.

7. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 점 $(m, -12)$ 를 지난다고 한다. 이 때, m 의 값들의 합은?

① -1 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 $y = -3(x+1)^2$ 이고, 점 $(m, -12)$ 을 지나므로 $-12 = -3(m+1)^2$ 이다.
따라서 $m = 1$ 또는 $m = -3$ 이므로 합은 -2 이다.

8. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x의 값의 범위는?

① $x > 1$ ② $x < 1$ ③ $x > 0$

④ $x > -1$ ⑤ $x < -1$

해설

$y = -2x^2 - 4x + 10$
$= -2(x+1)^2 + 12$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로
따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는
$\{x \mid x > -1\}$ 이다.

9. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 1)$ 이다.

② 모든 x의 값에 대하여 y의 값의 범위는 $y \le 1$이다.

③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.

④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.

⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x-1)^2 + 1$
① 꼭짓점은 $(1,\ 1)$ 이다.
② 모든 x의 값에 대하여 y의 값의 범위는 $y \ge 1$이다.
③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 $(1,\ 1)$, y 절편이 3 인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

10. 합이 18 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 17 ② 65 ③ 77 ④ 81 ⑤ 162

해설

두 수를 각각 x, $18-x$ 라고 하면

$y = x(18-x)$

$= -x^2 + 18x$

$= -(x^2 - 18x + 81 - 81)$

$= -(x-9)^2 + 81$

$x = 9$ 일 때, 최댓값 81 을 갖는다.

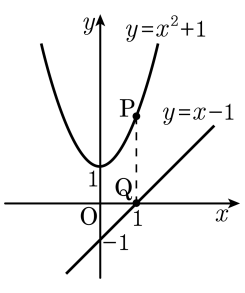
11. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y=-(x-2)^2$
② $y=\dfrac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$
③ $y=\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{1}{3}$
④ $y=-3x^2+x$
⑤ $y=-\dfrac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.
a 의 절댓값을 각각 구하면
① 1
② 2
③ $\dfrac{1}{3}$
④ 3
⑤ $\dfrac{5}{2}$
이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

12. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점P 에서 y 축에 평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점을 Q 라 할 때 $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하면?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{6}{5}$
④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

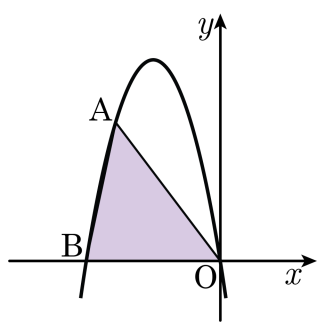
해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를 $(t,\ t^2+1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t,\ t-1)$

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t-1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

13. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle$OAB 의 넓이의 최댓값은?



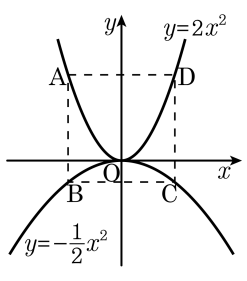
① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는$(-6,\ 0)$ 이다.
따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점
$(0,\ 0),\ (-6,\ 0)$ 을 지나므로,
$0 = c,\ 0 = -36 - 6b$
$b = -6,\ c = 0$
$y = -x^2 - 6x = -(x+3)^2 + 9$
$\triangle$OAB 에서 밑변의 길이를 $\overline{\text{OB}}$ 라고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle$OAB 의 넓이가 최대가 된다.
즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 9)$ 이므로

$\triangle$OAB 의 넓이$= \frac{1}{2} \times \overline{\text{OB}} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$

14. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D 가 정사각형을 이룰 때, 점 D 의 x 좌표는?



① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D 의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라 하면

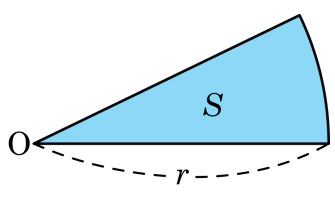
$\mathrm{B}\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right)$, $\mathrm{C}\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$

$\overline{\mathrm{DC}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로

$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a$, $5a^2 = 4a$

$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$

15. 둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름의 길이가 $r$cm 일 때, 넓이를 $S\,\mathrm{cm}^2$ 라고 한다. S 가 최대일 때, r 의 값은? (단, 반지름의 길이가 r , 호의 길이가 l 인 부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}lr$ 임을 이용하여라.)



① 3 ② 6 ③ 7 ④ 9 ⑤ 10

해설

둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름을 $r\,\mathrm{cm}$ 이라 하면 호의 길이는 $(12-2r)\,\mathrm{cm}$ 이다.

$$(\text{부채꼴의 넓이}) = \frac{1}{2}r(12-2r) = -r^2+6r$$
$$= -(r-3)^2+9$$

따라서 $r=3$ 일 때, 부채꼴의 최대의 넓이는 9 이다.