1. 다음 보기의 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 자료와 가장 작은 자료를 차례대로 나열한 것은?

보기

㉠ 4, 4, 4, 6, 6, 4, 4, 4

㉡ 2, 10, 2, 10, 2, 10, 2, 10

㉢ 2, 4, 2, 4, 2, 4, 4, 4

㉣ 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1

㉤ 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3

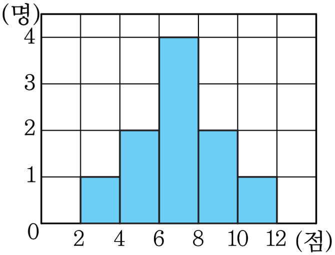
㉥ 5, 5, 5, 7, 7, 7, 6, 6

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉥ ④ ㉣, ㉤ ⑤ ㉤, ㉥

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은 ㉡, 가장 작은 것은 ㉣이다.

2. 다음 히스토그램은 우리 반 10명의 학생이 한달동안 읽은 책의 수를 조사한 것이다. 이 자료의 분산은?



① 3.5 ② 3.7 ③ 3.9 ④ 4.5 ⑤ 4.8

해설

$$(\text{평균}) = \frac{3\times1+5\times2+7\times4+9\times2+11\times1}{10} = \frac{70}{10} = 7$$

$$(\text{분산}) = \frac{(3-7)^2\cdot1+(5-7)^2\cdot2}{10}$$

$$+\frac{(9-7)^2\cdot2+(11-7)^2\cdot1}{10} = 4.8$$

3. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	60	3	180
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	70	3	210
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	80	1	80
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	90	1	90
계	계	8	560

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2\times3+(70-70)^2\times3+(80-70)^2\times1+(90-70)^2\times1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300+0+100+400) = 100$$

이다.

4. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.

② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.

④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.

⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

5. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1시간 ② 2시간 ③ 3시간

④ 4시간 ⑤ 5시간

해설

(평균)$=\dfrac{\{(\text{변량})\text{의 총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의 갯수}\}}$ 이므로

$\dfrac{2+1+0+3+2+1+5}{7}=\dfrac{14}{7}=2$(시간) 이다.

6. 5개의 변량 $3, 5, 9, 6, x$의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3+5+9+6+x}{5}=6$$

$23+x=30$

$\therefore x=7$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, 0, 1$이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+0^2+1^2}{5}=\frac{9+1+9+1}{5}=\frac{20}{5}=4$$

7. 네 개의 변량 4, 6, a, b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 4, 6, a, b의 평균이 5이므로

$$\frac{4+6+a+b}{4}=5,\ a+b+10=20$$

$\therefore\ a+b=10\cdots$㉠

또, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4-5)^2+(6-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=3$$

$$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4}=3$$

$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4}=3$$

$a^2+b^2-10(a+b)+52=12$

$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times10-40=60$

8. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	3
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	a
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	1
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	1
합계	8

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

9. x, y, z 의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① 20　② 23　③ 24　④ 26　⑤ 27

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 8이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=5$$

$\therefore x+y+z=15 \cdots$ ㉠

또, 분산이 2이므로 $\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3}=2$

$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2=6$

$\therefore x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75=6$

위 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-10(15)+75=6$

$x^2+y^2+z^2=81$

따라서 $x^2+y^2+z^2$ 의 평균은 $\frac{81}{3}=27$ 이다.

10. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.

③ B 의 표준편차가 A 의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B 이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2 = \sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A 이다.

11. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

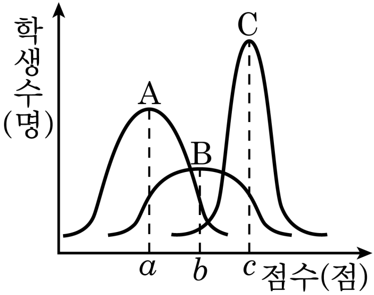
학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

12. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.

② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.

③ C반 성적이 가장 고르다.

④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.

⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

13. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg ② 65.5 kg ③ 67 kg

④ 69 kg ⑤ 69.5 kg

해설

40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\text{kg})$

전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\text{kg})$

전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\text{kg})$

$\therefore$ (전학생 2명의 몸무게의 평균)$= \dfrac{139}{2} = 69.5(\text{kg})$

14. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① $\frac{50}{3}$ ② $\frac{51}{3}$ ③ $\frac{52}{3}$ ④ $\frac{53}{3}$ ⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=4$$

$\therefore\ x+y+z=12 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$

$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16=6$

$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-8\times 12+48=6$

$\therefore x^2+y^2+z^2=54$ 따라서 x^2, y^2, z^2 의 평균은

$\frac{x^2+y^2+z^2}{3}=\frac{54}{3}=18$ 이다.

15. 자연수 a, b, c에 대하여 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \le b \le c$)

① $1+2\sqrt{5}$ ② $2+\sqrt{3}$ ③ $2+12\sqrt{3}$

④ $2+21\sqrt{5}$ ⑤ $2+24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc}=6\sqrt{5}=\sqrt{180}$

$\therefore\ abc=180=2^2\times3^2\times5$

한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca})$이고

$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}$가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c의 순서쌍은 $(1,\ 1,\ 180)$이므로

$$\begin{aligned}\therefore\ (\text{직육면체의 겉넓이}) &= 2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca})\\ &= 2(1+\sqrt{180}+\sqrt{180})\\ &= 2(1+6\sqrt{5}+6\sqrt{5})\\ &= 2(1+12\sqrt{5})\\ &= 2+24\sqrt{5}\end{aligned}$$