1. $ax - 5y = 13$ 의 한 해가 $(1, -2)$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$x = 1, y = -2$ 을 식 $ax - 5y = 13$ 에 대입한다.
$\therefore a = 3$

2. 어떤 농장에서 돼지와 닭을 합하여 총 20 마리를 사육하고 있다. 돼지의 다리와 닭의 다리 수를 합하면 모두 58 개라고 한다. 돼지와 닭은 각각 몇 마리씩인가?

① 돼지 : 7 마리, 닭 : 13 마리

② 돼지 : 8 마리, 닭 : 12 마리

③ 돼지 : 9 마리, 닭 : 11 마리

④ 돼지 : 10 마리, 닭 : 10 마리

⑤ 돼지 : 11 마리, 닭 : 9 마리

해설

돼지를 x 마리, 닭을 y 마리라고 하면

$$\begin{cases} x+y=20 \\ 4x+2y=58 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x=9,\ y=11$ 이다.

3. $3x+4 \le 10-2x$ 를 만족하는 자연수의 개수는?

① 0 개　② 1 개　③ 2 개　④ 3 개　⑤ 4 개

해설

$3x+4 \le 10-2x,\ x \le \frac{6}{5}$ 이므로 만족하는 자연수는 1 로 1 개이다.

4. 어느 휴대폰 요금제는 문자 50 개가 무료이고 50 개를 넘기면 1 개당 10 원의 요금이 부과된다. 문자요금이 1500 원을 넘지 않으려면 문자를 최대 몇 개까지 보낼 수 있는지 구하면?

① 200 개 ② 250 개 ③ 300 개
④ 350 개 ⑤ 400 개

해설

보낼 수 있는 문자의 수를 x 개라 하자.
$10(x-50) \leq 1500$
$\therefore\ x \leq 200$

5. $\frac{35}{111}$ 를 순환소수로 고쳤을 때의 순환마디와 소수점 아래 50 번째 자리의 숫자를 차례로 짝지은 것은?

① 35, 3　② 35, 5　③ 315, 3

④ 315, 1　⑤ 315, 5

해설

$\frac{35}{111} = \frac{35 \times 9}{111 \times 9} = \frac{315}{999} = 0.\dot{3}1\dot{5}$ 이므로 순환마디는 315 ,

$50 \div 3 = 16 \cdots 2$ 이므로 50 번째 숫자는 1 이다.

6. 자연수 a, b 에 대하여 $0.2\dot{0}\dot{a} = \dfrac{b}{110}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

$0.2\dot{0}\dot{a} = \dfrac{(200+a)-2}{990} = \dfrac{198+a}{990}$

$\dfrac{b}{110} = \dfrac{b\times 9}{110\times 9} = \dfrac{9b}{990}$

즉, $\dfrac{198+a}{990} = \dfrac{9b}{990}$ 이므로 $198+a = 9b$

이때, $9b$ 는 9 의 배수이므로 $198+a$ 도 9 의 배수이어야 한다.

따라서, $0 < a \leq 9$ 인 정수이므로 $a = 9$ 이다.

$a = 9$ 일 때, $b = 23$

$\therefore a+b = 9+23 = 32$

7. $2^n = A$, $3^n = B$일 때, $\frac{1}{4^n} \times 27^n \div 6^n$을 A, B에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $-\frac{B^3}{A^3}$ ② $-\frac{B^4}{A^2}$ ③ $\frac{B^2}{A^3}$ ④ $\frac{B^4}{A^2}$ ⑤ $\frac{B^2}{A^4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{4^n} \times 27^n \div 6^n &= \frac{1}{2^{2n}} \times 3^{3n} \div (2 \times 3)^n \\ &= \frac{1}{2^{2n}} \times 3^{3n} \times \frac{1}{2^n \times 3^n} \\ &= \frac{2^{2n} \times 2^n \times 3^n}{\dfrac{3^{3n}}{3^{3n-n}}} \\ &= \frac{2^{2n+n}}{3^{2n}} \\ &= \frac{2^{3n}}{3^{2n}} \\ &= \frac{(3^n)^2}{(2^n)^3} \\ &= \frac{B^2}{A^3}\end{aligned}$$

8. $x=2$, $y=3$ 일 때 $\left(-\frac{2}{3}xy^2\right)^2 \div \frac{1}{3}x^2y^3 \times \frac{1}{2}xy$ 의 값은?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$$\frac{4}{9}x^2y^4 \times \frac{3}{x^2y^3} \times \frac{1}{2}xy$$

$$= \frac{2}{3}x^{2-2+1}y^{4-3+1}$$

$$= \frac{2}{3}xy^2 = \frac{2}{3} \times 2 \times 3^2 = 12$$

9. $(a+b+c)^2$을 전개하면?

① $a^2+b^2+c^2$

② $a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca$

③ $a^2+b^2+c^2+a+b+c$

④ $a^2+b^2+c^2+2a+2b+2c$

⑤ $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

해설

$a+b=t$라 하면

$(a+b+c)^2=(t+c)^2$

$=t^2+2ct+c^2$

$=(a+b)^2+2c(a+b)+c^2$

$=a^2+2ab+b^2+2ca+2bc+c^2$

$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

10. $\frac{1}{3}x - \frac{a}{2} > \frac{5}{6}$ 의 해가 다음 그림과 같이 수직선 위에 나타내어질 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{1}{3}x - \frac{a}{2} > \frac{5}{6}$ 의 양변에 6 을 곱하면, $2x - 3a > 5$

$2x - 3a > 5$ 의 해가 $x > 7$ 이므로 $2x > 5 + 3a$

$x > \frac{5+3a}{2}$ 에서 $\frac{5+3a}{2} = 7$ 이다.

따라서 $a = 3$ 이다.

11. $0.2x-3 < \frac{1}{2}x-\frac{3}{10} \le 3-0.6x$ 의 해가 $a < x \le b$ 일 때, $b-a$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

i) $0.2x-3 < \frac{1}{2}x-\frac{3}{10}$ 의 양변에 10을 곱하면

$2x-30 < 5x-3$

$-3x < 27$

$x > -9$

ii) $\frac{1}{2}x-\frac{3}{10} \le 3-0.6x$ 의 양변에 10을 곱하면

$5x-3 \le 30-6x$

$11x \le 33$

$x \le 3$

i), ii) 에서 공통된 범위의 해를 구하면 $-9 < x \le 3$ 이므로

$a = -9,\ b = 3$ 이다.

따라서 $b-a = 3-(-9) = 12$

12. 두 식 x, y 에 대하여 $*$, $\triangle$ 를 $x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy$, $x \triangle y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy$ 로 정의할 때, $\dfrac{(x * y) - (x \triangle y)}{(x * y) + (x \triangle y)}$ 의 값은?

① $\dfrac{6y + x}{6y + x}$ ② $\dfrac{6y - x}{6y - x}$ ③ $\dfrac{6y - x}{6y + x}$
④ $\dfrac{6y + x}{6y - x}$ ⑤ $\dfrac{3y - x}{3y + x}$

해설

$x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy = 4y + 2y$
$x \triangle y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy = 3x - 2x = x$
$\therefore \dfrac{(x * y) - (x \triangle y)}{(x * y) + (x \triangle y)} = \dfrac{6y - x}{6y + x}$

13. 배를 타고 강을 8km 올라가는 데 40 분, 내려가는 데 20 분 걸렸다. 이때 배의 속력을 x km/h , 강물의 속력을 y km/h 라고 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

① $\begin{cases} \dfrac{8}{x+y}=\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{8}{x-y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

② $\begin{cases} \dfrac{8}{x-y}=40 \\ \dfrac{8}{x+y}=20 \end{cases}$

③ $\begin{cases} \dfrac{8}{x-y}=\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{8}{x+y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

④ $\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=24 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x-y=12 \\ x+y=24 \end{cases}$

해설

배의 속력을 x km/h , 강물의 속력을 y km/h 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $(x-y)$ km/h , 내려올 때의 속력은 $(x+y)$ km/h 이므로

$\begin{cases} \dfrac{8}{x-y}=\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{8}{x+y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} x-y=12 \\ x+y=24 \end{cases}$ 의 관계식이 나온다.

14. 어느 모임에서 회비를 내는데 한 사람이 2000 원씩 내면 7700 원의 경비가 부족하고, 2500 원씩 내면 3300 원이 남는다. 필요한 경비를 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 51700 원

해설

사람 수를 x 명, 필요한 경비를 y 원이라 하면
$y = 2000x + 7700$, $y = 2500x - 3300$
두 방정식을 연립하여 풀면 $x = 22$
$\therefore y = 51700$ (원)

15. 일차함수 $f(x)=ax+3$ 의 그래프에서 다음 식이 성립할 때, a 의 값을 구하여라.

$f(2)-f(-2)=16$

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$f(2)-f(-2)=16$ 에서 x 의 변화량은 $2-(-2)=4$, y 의 변화량은 16 이므로 기울기는 $\frac{16}{4}=4$ 이다.

16. $|x|$는 x의 절댓값을 나타낸다고 할 때, 두 직선 $y=|x+3|$과 $y=p$가 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AB}=6$일 때, p의 값을 구하여라.

① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

ⅰ) $x<-3$일 때, $y=-x-3$, $y=p$의 교점은 $-x-3=p$, $x=-p-3$

ⅱ) $x\geq -3$일 때, $y=x+3$, $y=p$의 교점은

$x+3=p$, $x=p-3$

$y=|x+3|$과 $y=p$가 두 점에서 만나므로 $p>0$이다.

$\overline{AB}=6=p-3-(-p-3)=2p$

$\therefore p=3$

17. 연립방정식 $2x+ay=6$, $-3ax+2y=-2$ 에서 $x<0$, $y>0$ 이기 위한 자연수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{cases} 2x+ay=6 & \cdots ㉠ \\ -3ax+2y=-2 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

y 를 소거하기 위하여 ㉠ $\times 2 -$ ㉡ $\times a$ 을 하면

$(4+3a^2)x=12+2a$ 에서

$x=\dfrac{12+2a}{4+3a^2} \cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면,

$2\left(\dfrac{12+2a}{4+3a^2}\right)+ay=6,\ y=\dfrac{18a-4}{4+3a^2}$

$x<0$, $y>0$ 이므로

$\dfrac{12+2a}{4+3a^2}<0,\ \dfrac{18a-4}{4+3a^2}>0$

에서 $4+3a^2$ 는 모든 자연수 a 에 대하여 0 보다 크므로

$2a+12<0,\ a<-6$

$18a-4>0,\ a>\dfrac{2}{9}$

따라서 $a>\dfrac{2}{9}$ 를 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 1 이다.

18. 일차함수 $f(x) = -x + 9$ 에서 $f(a) = 2a, f(2b) = -b, f(ab) = c$ 일 때, $f\left(\left|\frac{c}{2}\right|\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$f(a) = 2a$ 에서 $-a + 9 = 2a,\ a = 3$ 이다.
$f(2b) = -b$ 에서 $-2b + 9 = -b,\ \ b = 9$ 이다.
$f(ab) = f(27) = -27 + 9 = -18 = c$ 이다.
$\therefore f\left(\left|\frac{c}{2}\right|\right) = f\left(\left|\frac{-18}{2}\right|\right) = f(9) = -9 + 9 = 0$

19. 두 직선 $5x-y+7=0, 2x+4y-6=0$ 의 교점을 지나고 직선 $y=\frac{2}{3}x+1$ 과 x 축 위에서 만나는 직선의 y 절편을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\begin{cases} 5x-y+7=0 \cdots ㉠ \\ 2x+4y-6=0 \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=-1, y=2$

점 $(-1,2)$ 를 지난다.

$y=\frac{2}{3}x+1$ 의 x 절편을 구하면

$0=\frac{2}{3}x+1 \ \therefore x=-\frac{3}{2}$

구하는 직선은 두 점 $(-1,2), \left(-\frac{3}{2},0\right)$ 을 지난다.

$$(\text{기울기})=\frac{0-2}{-\frac{3}{2}-(-1)}=\frac{-2}{-\frac{1}{2}}=4$$

$y=4x+b$ 가 점 $(-1,2)$ 를 지나므로

$2=-4+b \ \therefore b=6$

20. 두 직선 $3x+2y-9=0, 7x+3y-11=0$ 의 교점을 지나고 직선 $y=\frac{3}{2}x+4$와 y축 위에서 만나는 직선의 x 절편은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$\begin{cases} 3x+2y-9=0 & \cdots ㉠ \\ 7x+3y-11=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=-1, y=6$

또, y 절편이 4이므로 구하는 직선을 $y=ax+4$ 라 놓고 $x=-1, y=6$ 을 대입하면

$6=-a+4 \quad \therefore \ a=-2$

$\therefore y=-2x+4$

$y=0$ 일 때, $0=-2x+4 \ \therefore \ x=2$