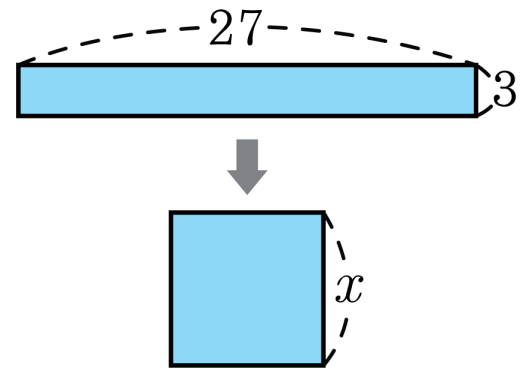
1. 다음 그림과 같이 가로가 27 이고 세로가 3 인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그리려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $27 \times 3 = 81$ 이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 81$ 을 만족하여야 한다. 즉, 81 의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 81 의 제곱근은 ± 9 이다. 그러므로 정사각형 한 변 x 의 길이는 9 가 된다.

2. $a < 0$ 일 때, 다음을 근호 없이 나타낸 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{a^2} = a$ ㉡ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

㉢ $-\sqrt{a^2} = a$ ㉣ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = -a$ 이다.
㉣ $a < 0$ 일 때, $-(-a) = a$ 이다.

3. $\dfrac{10^{12}}{20^6} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\dfrac{3^{12}}{3^4}} = 3^b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$\frac{10^{12}}{20^6} = \frac{10^{12}}{2^6 \times 10^6} = \frac{10^6}{2^6} = 5^6 = \sqrt{25^6},\ a = 6$$

$$\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = \sqrt{3^8} = 3^4,\ b = 4$$

$$\therefore a+b = 10$$

4. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$ 을 간단히 하면?

① $-10a$ ② $-7a$ ③ $-4a$ ④ $2a$ ⑤ $3a$

해설

$\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$

$= \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$

$= -2a - (-3a) + (-5a)$

$(\because a < 0$이므로 $2a < 0, -3a > 0, -5a > 0)$

$= -2a + 3a - 5a = -4a$

5. $\sqrt{\frac{32}{3}x}$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 96

해설

$\sqrt{\frac{32}{3}x} = \sqrt{\frac{2^4 \times 2}{3}x}$ 이므로 $x = \frac{3}{2} \times k^2$

$k = 1$ 일 때, $x = \frac{3}{2}$

$k = 2$ 일 때, $x = 6$

$k = 3$ 일 때, $x = \frac{27}{2}$

$k = 4$ 일 때, $x = 24$

$k = 5$ 일 때, $x = \frac{75}{2}$

$k = 6$ 일 때, $x = 54$

$k = 7$ 일 때, $x = \frac{147}{2}$

$k = 8$ 일 때, $x = 96$

$k = 9$ 일 때, $x = \frac{243}{2}$

x 는 가장 큰 두 자리의 자연수이므로 96 이다.

6. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다. 이 때, $N(1) + N(2) + \cdots + N(9) + N(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$ 이므로

$N(1), N(2), N(3) = 1$

$N(4), N(5), \cdots, N(8) = 2$

$N(9), N(10) = 3$

$\therefore N(1) + N(2) + \cdots + N(9) + N(10)$

$= 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

7. 다음 중 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{0.\dot{9}},\ 2\sqrt{6},\ \sqrt{0.04},\ \sqrt{\frac{2}{4}},\ \sqrt{9}-\sqrt{3}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$\sqrt{0.\dot{9}} = \sqrt{\frac{9}{9}} = 1$, $\sqrt{0.04} = 0.2$ 유리수이다.

따라서 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{\frac{2}{4}}$, $\sqrt{9}-\sqrt{3}$ 이 무리수이다.

8. a, b 는 정수일 때, 다음 중에서 무리수의 뜻으로 옳은 것은?

① $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ 으로 나타낼 수 없는 수

② $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ 으로 나타낼 수 있는 수

③ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 없는 수

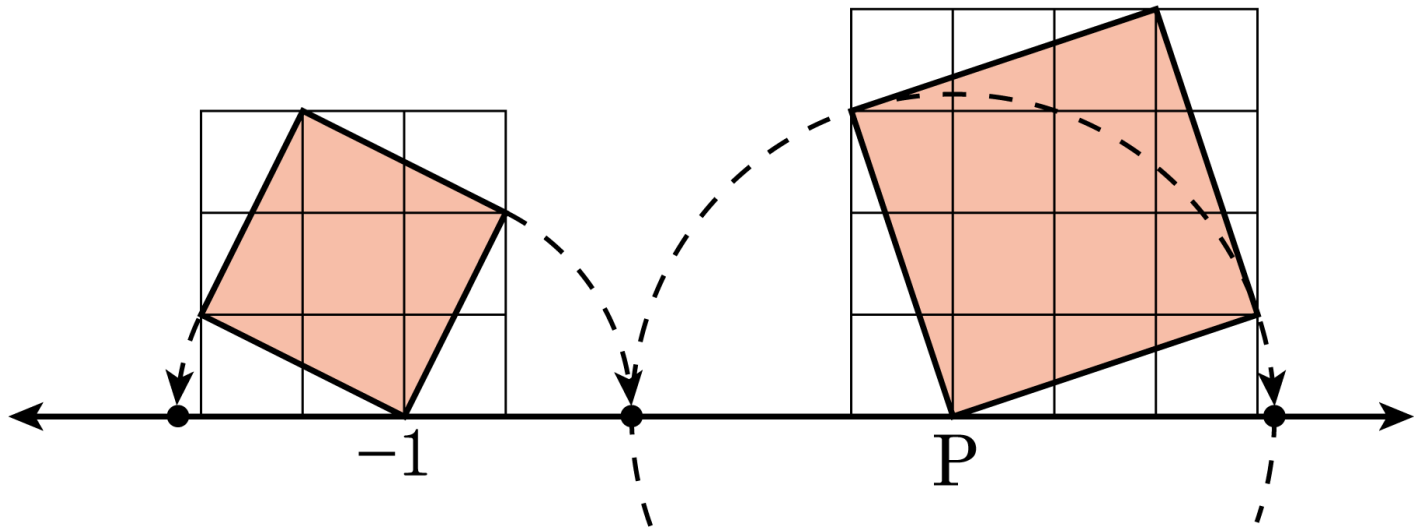
④ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 있는 수

⑤ $\frac{b}{a}$ $(b \neq 0)$ 으로 나타낼 수 없는 소수

해설

무리수는 유리수가 아닌 수이므로 $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ 으로 나타낼 수 없는 수이다.

9. 넓이가 5 와 10 인 정사각형 2 개를 그림과 같이 놓았을 때, 점 P 의 좌표를 구하면?



① $-1-\sqrt{5}-\sqrt{10}$

② $-1+\sqrt{5}-\sqrt{10}$

③ $-1-\sqrt{5}+\sqrt{10}$

④ $-1+\sqrt{5}+\sqrt{10}$

⑤ $1+\sqrt{5}+\sqrt{10}$

해설

$\mathrm{P}=-1+\sqrt{9-4}+\sqrt{16-6}=-1+\sqrt{5}+\sqrt{10}$

10. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 두 정수 0과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{9}$ 와 $\sqrt{16}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.

④ 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.

⑤ 서로 다른 무리수 사이에는 무수히 많은 정수들이 있다.

해설

정수는 서로 다른 두 수 사이에 유한개 존재한다.

11. $A = 2\sqrt{3} + 1$, $B = 5$, $C = 3\sqrt{2} + 1$, $D = \sqrt{15} + 1$, $E = 4\sqrt{3} - 1$ 일 때, A, B, C, D, E 를 수직선 상에 나타냈을 때, 가운데에 위치하는 것은?

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$A = \sqrt{12} + 1 = 4.\cdots$

$B = 5$

$C = 3\sqrt{2} + 1 = \sqrt{18} + 1 = 5.\cdots$

$D = \sqrt{15} + 1 = 4.\cdots$

$E = \sqrt{48} - 1 = 5.\cdots$

따라서 가운데에 위치하는 수는 5 이다.

12. $-5\sqrt{7} \times \sqrt{\frac{26}{7}} \times \sqrt{\frac{2}{13}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$-5\sqrt{7} \times \sqrt{\frac{26}{7}} \times \sqrt{\frac{2}{13}} = -5 \times \sqrt{\frac{7 \times 26 \times 2}{7 \times 13}}$$

$$= -5\sqrt{4} = -10$$

13. $\sqrt{72} = a\sqrt{2},\ \sqrt{300} = b\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -2 ② -4 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$\sqrt{72} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 2} = 6\sqrt{2}$

$\sqrt{300} = \sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3}$

$\therefore\ a = 6,\ b = 10$

$\therefore\ a - b = -4$

14. $\sqrt{\frac{6}{128}}$ 을 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되도록 하면 $\frac{\sqrt{a}}{b}$ 가 된다. 이 때, 자연수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 8 ④ 11 ⑤ 16

해설

$$\sqrt{\frac{6}{128}} = \sqrt{\frac{2\times 3}{2^3\times 4^2}} = \sqrt{\frac{3}{2^2\times 4^2}} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$\therefore a=3\ ,\ b=8$

$\therefore a+b=3+8=11$

15. $\dfrac{3\sqrt{a-4}}{\sqrt{18}} = 3$ 일 때, a 의 값은?

① 24 ② 22 ③ 20 ④ 18 ⑤ 16

해설

$$\frac{3\sqrt{a-4}}{\sqrt{18}} = \frac{3\sqrt{a-4}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{a-4}\times\sqrt{2}}{2} = 3$$

$$\sqrt{a-4}\times\sqrt{2} = 6 = \sqrt{36}$$

$$(a-4)\times 2 = 36$$

$$a-4 = 18$$

$$\therefore a = 22$$

16. $2\sqrt{133} \div \frac{1}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{19}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 266

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{133} \div \frac{1}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{19}} &= 2\sqrt{133} \times \sqrt{7} \times \sqrt{19} \\ &= 2\sqrt{133 \times 7 \times 19} \\ &= 2\sqrt{133^2} \\ &= 266 \end{aligned}$$

17. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) = -a\sqrt{10}$ 이고 $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = b\sqrt{2}+c\sqrt{6}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 유리수)

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30})$$
$$= \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times (-\sqrt{30})$$
$$= \sqrt{3} \times (-\sqrt{30}) = -\sqrt{90} = -3\sqrt{10}$$
$$\therefore\ a = 3$$
$$\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$
$$= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2}$$
$$= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{6}$$
$$= -7\sqrt{2} + 4\sqrt{6}$$
$$\therefore\ b = -7,\ c = 4$$
$$\therefore\ a+b+c = 0$$

18. $\sqrt{3}(3-5\sqrt{2})-5(2\sqrt{6}-\sqrt{3})=a\sqrt{3}+b\sqrt{6}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수이다.)

① -7 ② 7 ③ 14 ④ 21 ⑤ 28

해설

$3\sqrt{3}-5\sqrt{6}-10\sqrt{6}+5\sqrt{3}=8\sqrt{3}-15\sqrt{6}$

$\therefore a+b=8-15=-7$

19. a, b가 유리수이고 $\dfrac{a+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = 1+b\sqrt{3}$ 일 때, $b-a$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\dfrac{a+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \times \dfrac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 2a+3+(2+a)\sqrt{3} = 1+b\sqrt{3}$ 이므로

$2a+3=1, 2+a=b \therefore\ a=-1, b=1 \therefore\ b-a=2$

20. $\sqrt{6}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $2(a-\sqrt{6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$2 < \sqrt{6} < 3$

$a = \sqrt{6} - 2$

$2(a-\sqrt{6}) = 2(\sqrt{6} - 2 - \sqrt{6}) = -4$

21. $-2 < x < 0$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(3-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-x+5$

해설

$x+2 > 0,\ x < 0,\ 3-x > 0$ 이므로

(준식) $= x+2-x+3-x = -x+5$

22. 다음을 계산하여라.

$\sqrt{\left(\sqrt{13}-\sqrt{7}\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{11}-2\sqrt{3}\right)^2} - \sqrt{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)^2} - \sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{13}\right)^2}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

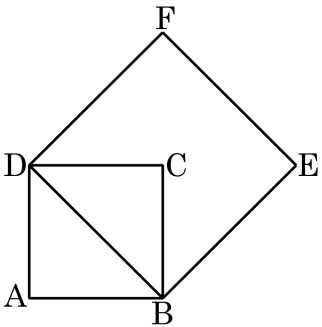
해설

$\sqrt{13} > \sqrt{7}$, $\sqrt{11} < \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 이므로

$\sqrt{\left(\sqrt{13}-\sqrt{7}\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{11}-2\sqrt{3}\right)^2} - \sqrt{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)^2} - \sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{13}\right)^2}$

$= \left(\sqrt{13}-\sqrt{7}\right) - \left(\sqrt{11}-2\sqrt{3}\right)$
$-\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right) + \left(\sqrt{7}-\sqrt{13}\right)$
$= 0$

23. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$를 한 변으로 하는 정사각형 DBEF가 있다. DBEF의 대각선을 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 16π

해설

한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$의 길이는 $4\sqrt{2}$

한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$인 정사각형 DBEF의 대각선의 길이는 $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$이다.

따라서 반지름이 8인 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 8 = 16\pi$이다.

24. $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{30}=b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다. x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x=100a$, $y=10b$

② $x=10a$, $y=\dfrac{b}{10}$

③ $x=100b$, $y=\dfrac{a}{100}$

④ $x=10a$, $y=\dfrac{b}{100}$

⑤ $x=10ab$, $y=\dfrac{10}{b}$

해설

$\sqrt{300}=\sqrt{3\times 100}=10\sqrt{3}=10a$

$\therefore x=10a$

$\sqrt{0.3}=\sqrt{\dfrac{30}{100}}=\dfrac{\sqrt{30}}{10}=\dfrac{b}{10}$

$\therefore y=\dfrac{b}{10}$

25. $\sqrt{20}+\sqrt{0.2}+\dfrac{4}{\sqrt{5}}=a\sqrt{5}$, $\sqrt{2.5}\times\sqrt{\dfrac{6}{5}}\times\sqrt{18}=b\sqrt{6}$ 일 때, $a\times b$ 의 값은?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

해설

$$2\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{10\sqrt{5}+\sqrt{5}+4\sqrt{5}}{5}=\frac{15\sqrt{5}}{5}=3\sqrt{5}$$

$\therefore a=3$

$$\sqrt{2.5}\times\sqrt{\frac{6}{5}}\times\sqrt{18}=\sqrt{\frac{25}{10}\times\frac{6}{5}\times18}=3\sqrt{6}$$

$\therefore b=3$

$\therefore a\times b=9$