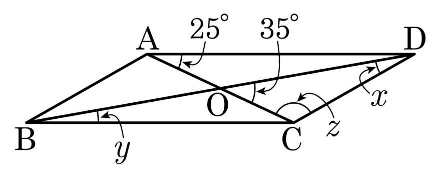
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x - \angle y + \angle z$ 의 크기를 구하면?

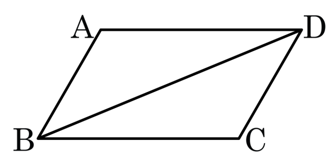


① 105° ② 115° ③ 125° ④ 135° ⑤ 145°

해설

$\angle COD = \angle OAD + \angle ADB$, $\angle ADB = 35° - 25° = 10°, \angle ADB = \angle DBC = 10° = y$ 이다. $\angle x + \angle z = 180° - 35° = 145°$ 이다.
따라서 $\angle x - \angle y + \angle z = 145° - 10° = 135°$ 이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



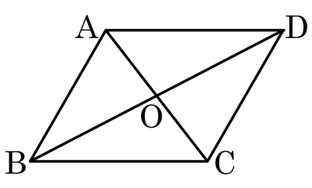
평행사변형 ABCD 에 점 B 와 점 D 를 이으면
$\triangle ABD$ $\triangle CDB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠,
$\overline{AD} = \boxed{} \cdots$ ㉡,
$\overline{BD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① $\overline{CB}$　② $\overline{AB}$　③ $\overline{CD}$　④ $\overline{AD}$　⑤ $\overline{BD}$

해설

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동) 이다.

3. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?

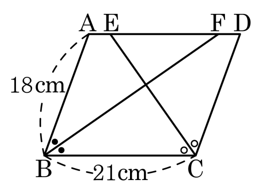


[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$ ⋯㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) ⋯㉡,
$\angle ODA = \boxed{}$ (엇각) ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
∴ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① $\angle ODA$　② $\angle OAB$　③ $\angle CDO$
④ $\angle OBC$　⑤ $\angle BCO$

해설
△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각), $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) 이므로
△OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BF}$, $\overline{CE}$ 는 각각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 18cm$, $\overline{BC} = 21cm$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

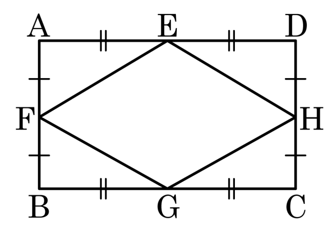


① 15cm ② 18cm ③ 20cm
④ 21cm ⑤ 23cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AB} = 18\ (cm)$
$\overline{CD} = \overline{DE} = 18\ (cm)$
$\overline{AF} + \overline{ED} - \overline{EF} = 21\ (cm)$ 이므로
$\overline{EF} = 18 + 18 - 21 = 15\ (cm)$

5. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



△AEF ≡ △BGF ≡ △CGH ≡ △DEH (SAS 합동)

$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$

따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$ 이다.

① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

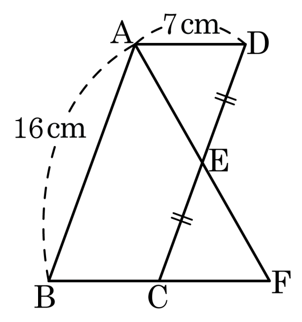
네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 마름모이다.

6. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}=10$, $\overline{BC}=12$, $\angle ADB=34°$ 일 때, 다음 중 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되는 조건은?

① $\overline{CD}=12$, $\angle CBD=56°$
② $\overline{AD}=12$, $\overline{CD}=8$
③ $\overline{CD}=10$, $\angle ABC=56°$
④ $\overline{AD}=10$, $\angle ABD=34°$
⑤ $\overline{AD}=12$, $\angle CBD=34°$

해설
평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이와 대각의 크기가 각각 같다.

7. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점 E 를 잡아 $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하자. $\angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{AED}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABF}$ 의 둘레의 길이를 구하면?

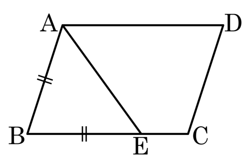


① 23 cm　② 28 cm　③ 30 cm　④ 44 cm　⑤ 49 cm

해설

$\triangle\mathrm{EAD} \equiv \triangle\mathrm{EFC}$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CF}} = 7\,\mathrm{cm}$ $\therefore \overline{\mathrm{BF}} = 14\,\mathrm{cm}$
그리고 $\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{D}$, $\angle\mathrm{DEA} = \angle\mathrm{FAB}$ (엇각) 이므로 $\triangle\mathrm{ABF}$ 는 $\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{FAB}$ 인 이등변삼각형이다.
따라서 $\triangle\mathrm{ABF}$ 의 둘레의 길이는 44 cm

8. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 3 : 2$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하면?



① $54°$ ② $56°$ ③ $58°$

④ $60°$ ⑤ $62°$

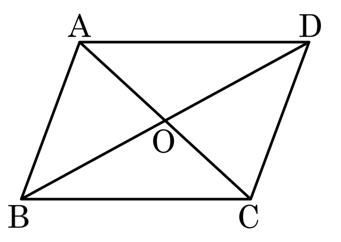
해설

$\angle B = 180° \times \dfrac{2}{5} = 72°$

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle AEB = (180° - 72°) \div 2 = 54°$

9. 다음 □ABCD 는 평행사변형이다. 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점을 O 라고 할 때, 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

㉠ $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAD$ 의 넓이가 같다.

㉡ $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$

㉢ $\angle BAD = \angle BCD$

㉣ $\angle ABO = \angle OBC$

㉤ $\overline{OA} = \overline{OC}$

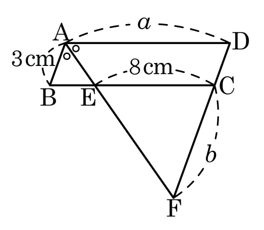
㉥ $\overline{AB} = \overline{BC}$

① ㉠, ㉡, ㉣, ㉤　　② ㉠, ㉡, ㉢, ㉥　　③ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤　　⑤ ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설

㉣ $\angle ABO = \angle CDO$
㉥ $\overline{AB} = \overline{DC}$

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle DAF = \angle CEF$ ($\because$ 동위각)

$\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)

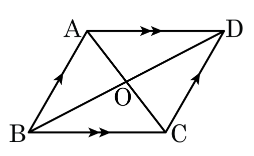
$\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{CE} = \overline{CF}$, $b = 8cm$

$\triangle DAF$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{DF} = a = b + \overline{DC} = 8 + 3 = 11cm$

$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(cm)$

11. 평행사변형 ABCD 의 두 대각선 AB, CD 의 교점을 O 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $\angle\mathrm{OBA} = \angle\mathrm{OCD}$ ② $\triangle\mathrm{OAB} \equiv \triangle\mathrm{OAD}$

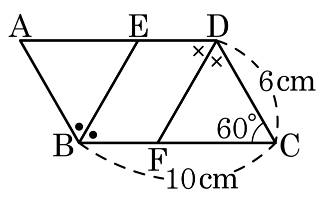
③ $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$, $\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OD}}$ ④ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{CB}} = \overline{\mathrm{CD}}$

⑤ $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OD}}$

해설

$\triangle\mathrm{AOD}$ 와 $\triangle\mathrm{COB}$ 에서 $\angle\mathrm{DAO} = \angle\mathrm{BCO}$ (엇각)
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$ (평행사변형의 대변)
$\angle\mathrm{ADO} = \angle\mathrm{CBO}$ (엇각)
$\therefore\ \triangle\mathrm{AOD} \equiv \triangle\mathrm{COB}$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}},\ \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OD}}$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각 각 E, F 라 하고, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{DC} = 6\text{cm}$, $\angle C = 60°$ 일 때, □BFDE 의 둘레의 길이는?



① 16cm ② 18cm ③ 20cm ④ 22cm ⑤ 24cm

해설

$\angle EBF = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D = \angle EDF \ \cdots$ ㉠

$\angle DEB = 180° - \angle EBF = 180° - \angle EDF = \angle BFD \ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 □EBFD 는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

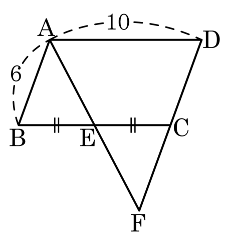
$\angle EDF = \angle DFC$ ($\because$ 엇각) 이므로 △CDF 는 이등변삼각형이고, 세 각이 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이다.

$\therefore \ \overline{FC} = \overline{DC} = \overline{DF} = \overline{EB} = 6(\text{cm})$

$\therefore \ \overline{DE} = \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$

$\therefore$ (둘레의 길이) $= (6 + 4) \times 2 = 20(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 10$, $\overline{\mathrm{AB}} = 6$ 일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이는?

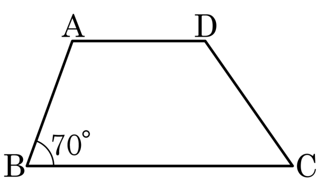


① 8　② 10　③ 12
④ 14　⑤ 16

해설

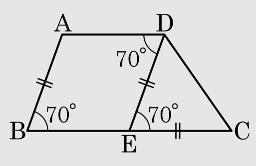
$\triangle\mathrm{ABE}$ 와 $\triangle\mathrm{FCE}$ 에서
$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{FEC}$ (맞꼭지각)
$\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$
$\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{FCE}$ (엇각)
$\therefore\ \triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{FCE}$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DC}} + \overline{\mathrm{CF}} = 6 + 6 = 12$

14. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AD}$ 일 때, $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



① 105° ② 110° ③ 115° ④ 120° ⑤ 125°

해설

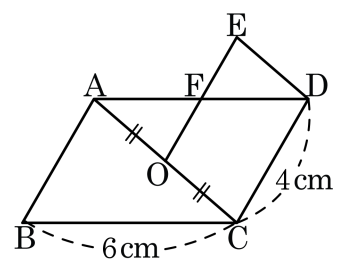


$\overline{AB} // \overline{DE}$ 인 $\overline{DE}$ 를 그으면 □ABED 는 평행사변형이고 $\overline{AB} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 이다.

$\angle EDC = (180° - 70°) \div 2 = 55°$

$\therefore \angle D = 70° + 55° = 125°$

15. 주어진 그림에서 점 O 는 $\overline{AC}$ 의 중점이고, □ABCD, □OCDE 는 모두 평행사변형이다. $\overline{AB} = 4cm, \overline{BC} = 6cm$ 일 때, $\overline{AF} + \overline{OF}$ 의 길이를 구하여라.



① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

△AOF ≡ △DEF(ASA 합동)이므로

$\overline{AF} = \frac{1}{2}\overline{AD}$

$\overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{OE} = \frac{1}{2}\overline{CD}$

$\overline{AF} + \overline{OF} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{OE}) = \frac{1}{2}(6+4) = 5(\text{cm})$