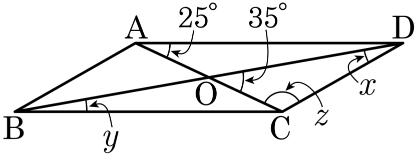
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x - \angle y + \angle z$ 의 크기를 구하면?

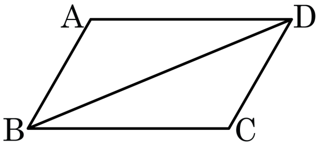


① 105° ② 115° ③ 125° ④ 135° ⑤ 145°

해설

$\angle COD = \angle OAD + \angle ADB$, $\angle ADB = 35° - 25° = 10°$, $\angle ADB = \angle DBC = 10° = y$ 이다. $\angle x + \angle z = 180° - 35° = 145°$ 이다.
따라서 $\angle x - \angle y + \angle z = 145° - 10° = 135°$ 이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠,

$\overline{AD} = \boxed{} \cdots$ ㉡,

$\overline{BD}$는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)

$\therefore \angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

① $\overline{CB}$ ② $\overline{AB}$ ③ $\overline{CD}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{BD}$

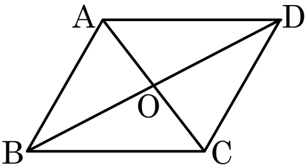
해설

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)이다.

3. 다음은 ‘평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.’ 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



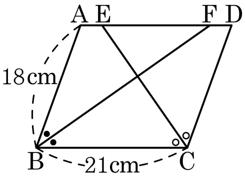
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡,
$\angle ODA = \boxed{}$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① ∠ODA ② ∠OAB ③ ∠CDO
④ ∠OBC ⑤ ∠BCO

해설

△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이고
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각), $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) 이므로
△OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BF}$, $\overline{CE}$ 는 각각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 18\text{cm}$, $\overline{BC} = 21\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 15cm　② 18cm　③ 20cm

④ 21cm　⑤ 23cm

해설

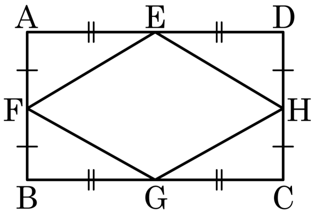
$\overline{AF} = \overline{AB} = 18\ (\text{cm})$

$\overline{CD} = \overline{DE} = 18\ (\text{cm})$

$\overline{AF} + \overline{ED} - \overline{EF} = 21\ (\text{cm})$ 이므로

$\overline{EF} = 18 + 18 - 21 = 15\ (\text{cm})$

5. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AEF \equiv \triangle BGF \equiv \triangle CGH \equiv \triangle DEH$ (SAS 합동)

$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$

따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$ 이다.

① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모

④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 마름모이다.

6. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 10$, $\overline{BC} = 12$, $\angle ADB = 34°$ 일 때, 다음 중 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되는 조건은?

① $\overline{CD} = 12$, $\angle CBD = 56°$ ② $\overline{AD} = 12$, $\overline{CD} = 8$

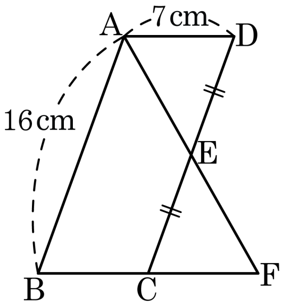
③ $\overline{CD} = 10$, $\angle ABC = 56°$ ④ $\overline{AD} = 10$, $\angle ABD = 34°$

⑤ $\overline{AD} = 12$, $\angle CBD = 34°$

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이와 대각의 크기가 각각 같다.

7. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점 E 를 잡아 $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하자. $\angle ADE = \angle AED$ 일 때, $\triangle ABF$ 의 둘레의 길이를 구하면?



① 23 cm ② 28 cm ③ 30 cm ④ 44 cm ⑤ 49 cm

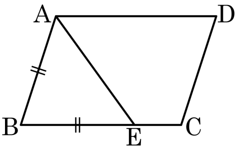
해설

$\triangle EAD \equiv \triangle EFC$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{CF} = 7\,\text{cm}$ $\therefore$ $\overline{BF} = 14\,\text{cm}$

그리고 $\angle B = \angle D$, $\angle DEA = \angle FAB$ (엇각) 이므로 $\triangle ABF$ 는 $\angle B = \angle FAB$ 인 이등변삼각형이다.

따라서 $\triangle ABF$ 의 둘레의 길이는 $44\,\text{cm}$

8. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 3 : 2$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하면?



① $54°$ ② $56°$ ③ $58°$

④ $60°$ ⑤ $62°$

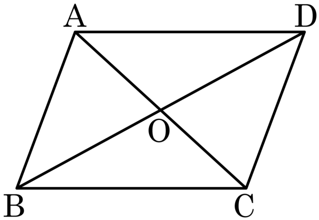
해설

$\angle B = 180° \times \dfrac{2}{5} = 72°$

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle AEB = (180° - 72°) \div 2 = 54°$

9. 다음 □ABCD 는 평행사변형이다. 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점을 O 라고 할 때, 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

㉠ $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAD$ 의 넓이가 같다.

㉡ $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$

㉢ $\angle BAD = \angle BCD$

㉣ $\angle ABO = \angle OBC$

㉤ $\overline{OA} = \overline{OC}$

㉥ $\overline{AB} = \overline{BC}$

① ㉠, ㉡, ㉣, ㉤　② ㉠, ㉡, ㉢, ㉥　③ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

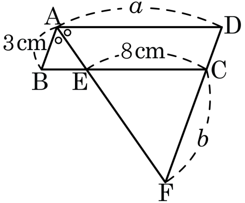
④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤　⑤ ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설

㉣ $\angle ABO = \angle CDO$

㉥ $\overline{AB} = \overline{DC}$

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle DAF = \angle CEF$ ($\because$ 동위각)

$\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)

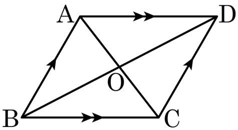
$\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{CE} = \overline{CF}$, $b = 8\text{cm}$

$\triangle DAF$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{DF} = a = b + \overline{DC} = 8 + 3 = 11\text{cm}$

$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\text{cm})$

11. 평행사변형 ABCD 의 두 대각선 AB, CD 의 교점을 O 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $\angle OBA = \angle OCD$　　② $\triangle OAB \equiv \triangle OAD$

③ $\overline{OA} = \overline{OC},\ \overline{OB} = \overline{OD}$　　④ $\overline{AB} = \overline{AD},\ \overline{CB} = \overline{CD}$

⑤ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$

해설

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COB$ 에서 $\angle DAO = \angle BCO$ (엇각)

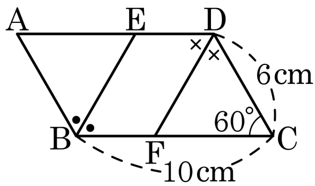
$\overline{AD} = \overline{BC}$ (평행사변형의 대변)

$\angle ADO = \angle CBO$ (엇각)

$\therefore\ \triangle AOD \equiv \triangle COB$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{OA} = \overline{OC},\ \overline{OB} = \overline{OD}$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$와 $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각 각 E, F라 하고, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{DC} =$ 6cm, $\angle C = 60°$일 때, □BFDE의 둘레의 길이는?



① 16cm ② 18cm ③ 20cm ④ 22cm ⑤ 24cm

해설

$\angle EBF = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D = \angle EDF \quad \cdots ㉠$

$\angle DEB = 180° - \angle EBF = 180° - \angle EDF = \angle BFD \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 □EBFD는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

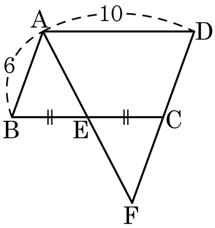
$\angle EDF = \angle DFC$ ($\because$ 엇각) 이므로 $\triangle CDF$는 이등변삼각형이고, 세 각이 모두 $60°$이므로 정삼각형이다.

$\therefore \overline{FC} = \overline{DC} = \overline{DF} = \overline{EB} = 6(\text{cm})$

$\therefore \overline{DE} = \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$

$\therefore$ (둘레의 길이) $= (6 + 4) \times 2 = 20(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$이고 $\overline{AD} = 10$, $\overline{AB} = 6$일 때, $\overline{DF}$의 길이는?



① 8 ② 10 ③ 12

④ 14 ⑤ 16

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle FCE$ 에서

$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)

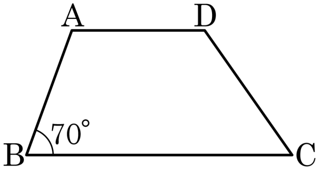
$\overline{BE} = \overline{CE}$

$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)

$\therefore\ \triangle ABE \equiv \triangle FCE$ (ASA 합동)

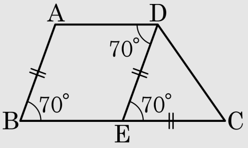
$\therefore\ \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{CF} = 6 + 6 = 12$

14. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AD}$일 때, $\angle D$의 크기를 구하여라.



① 105° ② 110° ③ 115° ④ 120° ⑤ 125°

해설

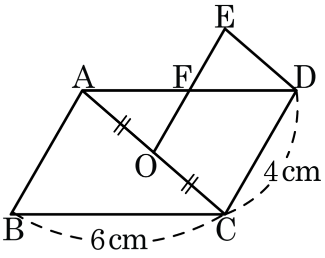


$\overline{AB} // \overline{DE}$인 $\overline{DE}$를 그으면 □ABED는 평행사변형이고 $\overline{AB} = \overline{DE} = \overline{EC}$이다.

$\angle EDC = (180° - 70°) \div 2 = 55°$

$\therefore \angle D = 70° + 55° = 125°$

15. 주어진 그림에서 점 O 는 $\overline{AC}$ 의 중점이고, $\square ABCD$, $\square OCDE$ 는 모두 평행사변형이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF} + \overline{OF}$ 의 길이를 구하여라.



① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle DEF$ (ASA 합동) 이므로

$\overline{AF} = \frac{1}{2}\overline{AD}$

$\overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{OE} = \frac{1}{2}\overline{CD}$

$\overline{AF} + \overline{OF} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{OE}) = \frac{1}{2}(6 + 4) = 5(\text{cm})$