

1. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 의 근이라고 할 때, b 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$x = 3, -2$ 에서 작은 근은 $x = -2$ 이다.

$x = -2$ 를 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 에 대입하면 $8 - 2b - 2 = 0$ 이다.

$$\therefore b = 3$$

2. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것의 개수는?

보기

㉠ $x^2 - 6x = 0$	㉡ $(2x + 1)^2 = 3$
㉢ $2x^2 = 8x - 8$	㉣ $(x + 2)^2 = 2x^2 + 1$

- ① 없다. ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

㉢ $2x^2 = 8x - 8,$
 $2x^2 - 8x + 8 = 0,$
 $2(x - 2)^2 = 0$
 $\therefore x = 2$ (중근)

3. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{3}$
두 근의 곱은 a 이므로
 $\therefore a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$

4. x 에 관한 이차방정식 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ 의 한 근이 3일 때, 두 근의 곱은? (a 는 정수)

① 2

② 3

③ 2, 3

④ -6

⑤ 6

해설

$x = 3$ 을 대입하면 $3a^2 - 11a + 10 = 0$

인수분해하면 $(3a - 5)(a - 2) = 0$

$a = 2$ ($\because a$ 는 정수)

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 3)(x - 2) = 0$

$x = 3$ 또는 $x = 2$

따라서 두 근의 곱은 6이다.

5. 이차방정식 $3x^2 - 2x - k = 0$ 은 해를 갖고, 이차방정식 $(k-1)x^2 + 4x - 5 = 0$ 은 해가 없도록 하는 정수 k 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$3x^2 - 2x - k = 0$ 이 해를 가질 조건은

$$D = (-2)^2 - 4 \times 3 \times (-k) = 4 + 12k \geq 0 \therefore k \geq -\frac{1}{3} \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$(k-1)x^2 + 4x - 5 = 0$ 이 해를 가지지 않을 조건은

$$D = 4^2 - 4 \times (k-1) \times (-5) = 16 + 20k - 20 < 0 \therefore k < \frac{1}{5} \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } -\frac{1}{3} \leq k < \frac{1}{5}$$

$$\therefore k = 0$$

6. 이차방정식 $2x^2 + 6x + 2m + 3 = 0$ 의 두 근의 합은 a 이고, 곱은 $\frac{9}{2}$ 일 때, $a + m$ 의 값은? (단, m 은 상수)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

두 근의 합 $a = -3$

두 근의 곱 $\frac{9}{2} = \frac{2m+3}{2}$

$\therefore m = 3$

$\therefore a + m = -3 + 3 = 0$

7. 이차방정식 $x^2-4x+3=0$ 의 두 근의 차가 이차방정식 $2x^2-5x+k=0$ 의 한 근일 때, k 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

준식: $(x-1)(x-3)=0$ 이므로 $x=1$ 또는 $x=3$
따라서 두 근의 차는 $3-1=2$ 이다.
 $x=2$ 가 $2x^2-5x+k=0$ 의 한 근이므로 대입하면
 $2(2)^2-5(2)+k=0$
 $\therefore k=2$

8. 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 5 인 이차방정식은?

① $5x^2 + x - 3 = 0$

② $5x^2 - x - 3 = 0$

③ $5x^2 + 3x - 1 = 0$

④ $5x^2 - 3x - 1 = 0$

⑤ $5x^2 - 5x - 1 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{5} = 0$$

$$\therefore 5x^2 + 3x - 1 = 0$$

9. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1$, $[\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$x^2 - 4x - 7 = 0$ 에서

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

따라서 양수인 근 a 는 $2 + \sqrt{11}$

$3 < \sqrt{11} < 4$ 이므로 $5 < 2 + \sqrt{11} < 6$

$\therefore [a] = 5$

$$\begin{aligned} \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ &= (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

- ① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x - 1)(2x + 3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

11. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$$

$$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$$

따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

12. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다. $m + n$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a^2 + a - 1$
서로 다른 두 근을 가지므로
 $a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$
 $(3a - 2)(a + 2) < 0$
 $-2 < a < \frac{2}{3}$
그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로
 $-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$
 $\therefore m + n = \frac{4}{3}$

13. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

14. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0$, $(x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

15. x 에 대한 이차방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, x 에 대한 이차방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 의 두 근을 구하면?

① 근 없음

② $x=p$ 또는 $x=q$

③ $x=p$ 또는 $x=-q$

④ $x=-p$ 또는 $x=q$

⑤ $x=-p$ 또는 $x=-q$

해설

방정식 $(x+p)(x+q)-k=0$ 을 정리하면

$$x^2+(p+q)x+(pq-k)=0$$

이 방정식의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha+\beta=-(p+q), \alpha\beta=pq-k$$

방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+k=0$ 을 정리하면

$$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta+k=0$$

$$\therefore x^2+(p+q)x+pq=0 (\because 1)$$

인수분해하면 $(x+p)(x+q)=0$ 이므로

구하는 두 근은 $x=-p$ 또는 $x=-q$ 이다.