

1. 세 점 A(1, 1), B(2, 4), C(a , 0)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이 되도록 하는 a 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

삼각형 ABC가 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{(1-a)^2 + 1^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(2-a)^2 + 4^2}$$

$$2 - 2a + a^2 = 20 - 4a + a^2$$

$$2a = 18$$

$$\therefore a = 9$$

2. 두 점 A(0, 3), B(5, -2)로부터 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P의 좌표를 구하면?

① (1, 0) ② (2, 0) ③ (3, 0) ④ (4, 0) ⑤ (5, 0)

해설

점 P를 $(\alpha, 0)$ 이라 하자.

$$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \text{ 이므로, } \alpha^2 + 9 = (\alpha - 5)^2 + 2^2$$

$$\therefore \alpha = 2$$

$$\therefore P = (2, 0)$$

3. 좌표평면 위의 세 점 A(4, -2), B(1, 7), C(-2, 1)을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?
- ① 정삼각형

② 이등변삼각형

③ 직각삼각형

④ 예각삼각형

⑤ 직각이등변삼각형

해설

세변의 길이는

$$\overline{AB} = \sqrt{(1-4)^2 + (7-(-2))^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$
$$\overline{BC} = \sqrt{(-2-1)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$
$$\overline{CA} = \sqrt{(4-(-2))^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$ 이고, $\overline{BC} = \overline{CA}$ 이므로 직각이등변삼각형이다.

4. $\triangle ABC$ 에서 A(6, 1), B(-1, 2), C(2, 3)이라 한다. 이 삼각형의 외접원의 반지름을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

외심을 P(a , b)라 하면

$$(1) \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a+1)^2 + (b-2)^2 \dots\dots\textcircled{A}$$

$$\overline{PA}^2 = \overline{PC}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a-2)^2 + (b-3)^2 \dots\dots\textcircled{B}$$

①, ②를 각각 전개하여 정리하면

$$7a - b - 16 = 0, \quad 2a - b - 6 = 0$$

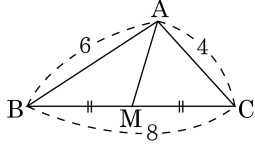
연립하여 풀면 $a = 2, b = -2$

따라서 외심은 (2, -2)이다.

$$(2) \overline{PA}^2 = (2-6)^2 + (-2-1)^2 = 25$$

$$\therefore \overline{PA} = 5$$

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 4$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점이 M일 때, $\overline{AM}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

중선정리에 의하여
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 이므로
 $6^2 + 4^2 = 2(\overline{AM}^2 + 4^2)$
 $36 + 16 = 2\overline{AM}^2 + 32$
 $\therefore \overline{AM}^2 = 10$

6. 평행사변형 ABCD의 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(-3, 0)$, $B(-2, -2)$, $C(5, -2)$, $D(a, b)$ 이고, 선분 AC의 중점 $M(c, d)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

평행사변형은 밑변과 윗변이 평행하면서 길이가 같아야 한다.

$A(-2-1, -2+2)$ 이므로 $D(5-1, -2+2)$ 에서

$D(4, 0)$ 임을 알 수 있다.

중점을 구하는 공식을 사용하면

$$c = \{5 + (-3)\} \div 2 = 1,$$

$$d = \{0 + (-2)\} \div 2 = -1$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d = 4 + 0 + 1 + (-1) = 4$$

7. 세 점 $A(0, a)$, $B(b, 2)$, $C(-1, -b)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심 G 의 좌표가 $(a-4, 1)$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -9

② -5

③ 0

④ 9

⑤ 5

해설

$$\frac{0+b+(-1)}{3} = a-4, \quad \frac{a+2+(-b)}{3} = 1 \text{에서}$$

$$b-1 = 3a-12, \text{ 즉 } 3a-b = 11$$

$$a-b+2 = 3, \text{ 즉 } a-b = 1$$

이 두 식을 연립하여 풀면, $a = 5$, $b = 4$

$$\text{따라서 } a+b = 5+4 = 9$$

8. 좌표평면 위의 세 점 $O(0,0)$, $A(3,1)$, $B(1,3)$ 에 대하여 선분 OA, AB, BO 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점을 차례로 P, Q, R 라 할 때, $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표는?

- ① $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ ② $(1, -1)$ ③ $(1, 1)$
 ④ $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$ ⑤ $\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$

해설

$P(x_1, y_1)$ 이라 하면

$$x_1 = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot 0}{2 + 1},$$

$$y_1 = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 0}{2 + 1}$$

$$\therefore P\left(2, \frac{2}{3}\right)$$

점 Q, R 도 마찬가지로 방법으로 계산하면

$$Q\left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right), \left(\frac{1}{3}, 1\right)$$

따라서 $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표는

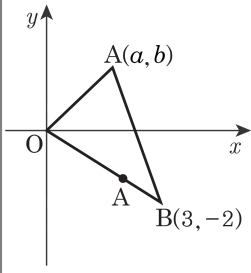
$$\left(\frac{2 + \frac{5}{3} + \frac{1}{3}}{3}, \frac{\frac{2}{3} + \frac{7}{3} + 1}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

9. 좌표평면 위에 세 점 $O(0, 0)$, $A(a, b)$, $B(3, -2)$ 가 있다. 이 때, $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(a - 3)^2 + (b + 2)^2}$ 의 최솟값은?

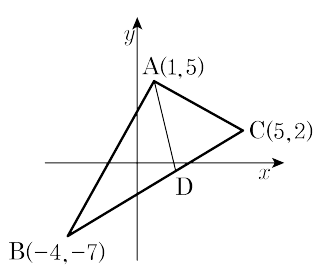
- ① 2
- ② 3
- ③ $\sqrt{10}$
- ④ $2\sqrt{3}$
- ⑤ $\sqrt{13}$

해설

$\sqrt{a^2 + b^2}$ 은 $\overline{OA}$ 의 길이이고
 $\sqrt{(a - 3)^2 + (b + 2)^2}$ 은 $\overline{AB}$ 의 길이이다.
따라서 준식은 세 점 O , A , B 가 이 순서로 일직선상에 있을 때 최소가 되며 이 때 $\overline{OA} + \overline{AB} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OA} + \overline{AB}$ 의 최솟값은 $\overline{OB} = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$ 이다.



10. 다음 그림과 같이 세 점 A(1, 5), B(-4, -7), C(5, 2)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라고 할 때, 점 D의 좌표는?



- ① $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ② $\left(\frac{9}{4}, -\frac{3}{4}\right)$
 ③ $(2, -1)$ ④ $\left(\frac{7}{4}, -\frac{5}{4}\right)$
 ⑤ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right)$

해설

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(1+4)^2 + (5+7)^2} = 13$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(5-1)^2 + (2-5)^2} = 5$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 13 : 5$$

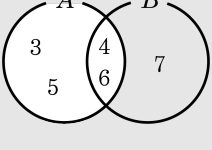
$$\therefore D\left(\frac{-20+65}{13+5}, \frac{-35+26}{13+5}\right) = D\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{3, 4, 5, 6\}$, $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = \{3, 5, 7\}$ 일 때, 집합 B 를 구하면?
- ① $\{4, 6\}$ ② $\{4, 5, 6\}$ ③ $\{4, 6, 7\}$
④ $\{5, 6, 7\}$ ⑤ $\{4, 5, 6, 7\}$

해설

$A^c \cup B^c = (A \cap B)^c$ 이므로
 $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$

$= (A \cup B) - (A \cap B) = \{3, 5, 7\}$
그런데 $A = \{3, 4, 5, 6\}$ 이므로
벤다이어그램에서 $B = \{4, 6, 7\}$



12. 1부터 100까지의 자연수 중에서 k 의 배수의 집합을 A_k 라고 할 때, 집합 $A_2 \cap (A_4 \cup A_5)$ 의 원소의 개수는?

① 30개 ② 31개 ③ 32개 ④ 33개 ⑤ 34개

해설

$$\begin{aligned} & A_2 \cap (A_4 \cup A_5) \\ &= (A_2 \cap A_4) \cup (A_2 \cap A_5) \\ &= A_4 \cup A_{10} \\ \therefore n(A_4 \cup A_{10}) \\ &= n(A_4) + n(A_{10}) - n(A_4 \cap A_{10}) \\ &= n(A_4) + n(A_{10}) - n(A_{20}) \\ &= 25 + 10 - 5 = 30 \end{aligned}$$

13. $A = \{x|x \text{는 소수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 보다 작은 짝수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, $C - (A \cap B)$ 를 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은?

① $\{1, 3, 12, 24\}$

② $\{1, 4, 6, 12\}$

③ $\{1, 3, 4, 6, 12\}$

④ $\{1, 4, 6, 8, 12, 24\}$

⑤ $\{1, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$

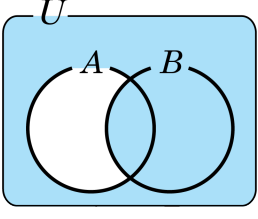
$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

$A \cap B = \{2\}$

$\therefore C - (A \cap B) = \{1, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

14. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 22$, $n(A) = 10$, $n(B) = 17$, $n(A \cup B) = 20$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?



- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

색칠된 부분이 나타내는 집합은 $(A - B)^C$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 10 + 17 - n(A \cap B) = 20$
 $\therefore n(A \cap B) = 7$
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 7 = 3$
 $\therefore n((A - B)^C) = n(U) - n(A - B) = 22 - 3 = 19$

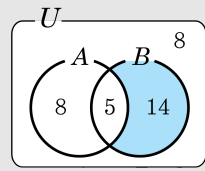
15. 학생 35명 중에서 제주도에 가 본 학생이 13명, 경주에 가 본 학생이 19명, 두 곳 모두 가 본 적이 없는 학생이 8명일 때, 경주에만 가 본 학생 수를 구하여라.

▶ **답:** 명

▶ 정답 : 14명

해설

전체 학생을 U , 제주도에 가 본 학생을 A , 경주에 가 본 학생을 B 라 할 때, 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 경주에만 가 본 학생은 14명이다.

17. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 에서 1 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 4 개라고 할 때, 자연수 n 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2^{(1을 제외한 원소의 개수)} = 2^{n-1} = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 3$$

18. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B \subset A$

② $(A \cup B) \subset A$

③ $A \subset B$

④ $(A \cap B) \cup (A \cup B) = A$

⑤ $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.

② $(A \cup B) \subset A, A \subset (A \cup B)$ 둘 다 성립한다.

③ $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.

④ $A \cap B = B, A \cup B = A$ 이므로
 $(A \cap B) \cup (A \cup B) = A$

19. 두 집합 $A = \{2, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 집합 B 의 부분집합 중 집합 A 의 원소를 포함하는 부분집합의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

집합 B 의 부분집합 중 집합 A 의 원소를 포함하는 부분집합을 구하면 $\{2, 4\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 4, 6, 8\}$ 이고 총 4개이다.

20. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족하는 집합 X 의 개수는?

I. $A \cap X = X$ II. $(A - B) \cup X = X$

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이고 $(A - B) \subset X \subset A$ 이다.
따라서 $\{2, 4, 6\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로
집합 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.