

1. $\frac{13}{20}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은?

① 67 ② 68 ③ 69 ④ 70 ⑤ 71

해설

$\frac{13 \times 5}{20 \times 5} = \frac{65}{10^2}$, $a = 65$, $n = 2$ 이므로 $a+n$ 의 최솟값은 67이다.

2. 유리수는 유한소수와 (가)로 나누어진다. 다음 중 (가)에 속하는 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $\frac{5}{12}$	㉡ -3.141592
㉢ $0.4272727\cdots$	㉣ $\frac{7}{28}$
㉤ $-\frac{5}{6}$	㉥ $-\frac{108}{2 \times 3^2}$
㉦ $\frac{350}{5}$	㉧ $\frac{10}{2 \times 5 \times 7}$
㉨ $\frac{27}{2 \times 3^2 \times 5}$	

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나누어진다.

- ㉠ 순환소수
- ㉡ 유한소수
- ㉢ 순환소수
- ㉣ 유한소수
- ㉤ 순환소수
- ㉥ 유한소수
- ㉦ 순환소수
- ㉧ 순환소수
- ㉨ 유한소수

3. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{7}{9}$ 사이의 분수 중 분모가 36 이고, 유한소수인 것을 구하면?

① $\frac{19}{36}$

② $\frac{23}{36}$

③ $\frac{25}{36}$

④ $\frac{27}{36}$

⑤ $\frac{29}{36}$

해설

$$\frac{1}{2} = \frac{18}{36}, \frac{7}{9} = \frac{28}{36}$$

유한소수가 되려면 분모에 2 또는 5 만 있어야 하므로 $36 = 4 \times 9$ 의 9 가 없어져야 한다.

그러므로 9 의 배수 27 이 분자인 $\frac{27}{36}$ 이어야 한다.

4. 분수 $\frac{1}{2 \times 5^2 \times x}$ 이 유한소수가 된다고 할 때, 다음 중에서 x 가 될 수 없는 것을 모두 찾아라.

2, 4, 6, 8, 10, 12

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 12

해설

x 가 2, $4 = 2^2$, $10 = 2 \times 5$ 일 경우 유한소수가 된다.

5. 분수 $\frac{1}{30}$ 과 $\frac{7}{9}$ 의 순환마디를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 7

③ 10

④ 13

⑤ 14

해설

$$\frac{1}{30} = 0.03333\cdots, \frac{7}{9} = 0.7777\cdots$$

$$\therefore a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

6. 다음 수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열할 때 네 번째에 해당하는 것은?

① 0.453

② $0.4\dot{5}3$

③ $0.45\dot{3}$

④ $0.45\dot{3}$

⑤ 0.4530

해설

① 0.453

② $0.45353\cdots$

③ $0.4533\cdots$

④ $0.453453\cdots$

⑤ $0.4530530\cdots$

이므로 ② > ④ > ③ > ⑤ > ① 이다.

7. 다음 수 중에서 $\frac{1}{4}$ 보다 크고 $\frac{1}{2}$ 보다 작은 수는 모두 몇 개인가?

0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5

- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} < x < \frac{1}{2} \\ 0.25 < x < 0.5 \\ \therefore x = 0.3, 0.4 \end{aligned}$$

8. 어떤 수에 1.1 을 곱해야 할 것을 잘못 보아 1.1 을 곱하여 정답과 $\frac{1}{5}$ 의 차이가 생겼다. 이때, 어떤 수는?

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 25 ⑤ 30

해설

어떤 수를 x 라 하자. $1.1 > 1.1$ 이므로, $1.1x - 1.1x = \frac{1}{5}$,

$\frac{10}{9}x - \frac{11}{10}x = \frac{1}{5}$, 등식의 양변에 90 을 곱하면

$$100x - 99x = 18$$

$$\therefore x = 18$$

9. 순환소수 $1.2\dot{6}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 5 ② 15 ③ 60 ④ 90 ⑤ 99

해설

$1.2\dot{6} = \frac{126 - 12}{90} = \frac{114}{90} = \frac{19}{15}$ 이므로 A 는 15의 배수이어야 한다.
따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 5, 99이다.

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $0.0\dot{9} = 0.1$
- ② $0.1\dot{2}\dot{3} = \frac{61}{495}$
- ③ $\frac{42}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 은 무한소수이다.
- ④ $11.356356356\cdots = 11.\dot{3}5\dot{6}$
- ⑤ $0.6\dot{2}9$ 의 순환마디는 29 이다.

해설

- ③ $\frac{42}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{2 \times 5}$ 이므로 유한소수로 나타내어 진다.

11. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

12. $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + n$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a, n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\frac{2}{125} = \frac{2}{5^3}$ 의 분자, 분모에 2^3 을 곱하면 $\frac{2^4}{2^3 \times 5^3} = \frac{16}{10^3}$
 $\therefore a = 16, n = 3$
 $\therefore a + n = 16 + 3 = 19$

13. 유리수 $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

- ① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4, 2^5, 2^6$
분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2
2와 5의 거듭제곱으로만 $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$
∴ 10개

14. $\frac{1}{3}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중에서 분모가 30 일 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 분자의 자연수를 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\frac{1}{3}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중 분모가 30 인 수는 $\frac{11}{30}$ 부터 $\frac{17}{30}$ 까지이다.

$$\left(\frac{10}{30} < x < \frac{18}{30}\right)$$

유한소수는 분모의 소인수가 2 나 5가 되어야 하므로, $\frac{\square}{2 \times 3 \times 5}$

에서 $\square$ 는 3의 배수가 되어야 한다. 따라서, 위 조건을 만족하는

수는 $\frac{12}{30}$, $\frac{15}{30}$ 가 되므로 두 수의 합은 27이 된다.

15. 두 분수 $\frac{6}{35}, \frac{14}{36}$ 에 어떤 수 a 를 각각 곱하면 모두 유한소수가 된다고 할 때, 가장 작은 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$\frac{6}{35} \times a = \frac{6}{5 \times 7} \times a$ 에서 a 는 7의 배수이고,
 $\frac{14}{36} \times a = \frac{7}{18} \times a = \frac{7}{2 \times 3^2} \times a$ 에서 a 는 9의 배수 일 때 유한소수가 되므로
7과 9의 공배수 중 가장 작은 수는 63이다.

16. 분수 $\frac{18 \times b}{2^2 \times 3^2 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 한다. 순서쌍 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 최댓값을 구하여라.
(단, a, b 는 자연수이고, $1 \leq a \leq 10$, $1 \leq b \leq 10$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 19$

해설

$\frac{18 \times b}{2^2 \times 3^2 \times a} = \frac{3^2 \times 2 \times b}{2^2 \times 3^2 \times a} = \frac{b}{2 \times a}$ 가 무한소수가 되어야 하므로, 분모 a 의 최댓값은 9이고, 분자 b 의 최댓값은 10이다.
따라서 $a + b$ 의 최댓값은 19이다.

17. 분수 $\frac{a}{45}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{7}{b}$ 이 된다고 한다. a 가 두 자리의 자연수일 때, a, b 의 값은?

- ① $a = 45, b = 3$ ② $a = 54, b = 4$ ③ $a = 63, b = 5$
④ $a = 72, b = 6$ ⑤ $a = 81, b = 7$

해설

$\frac{a}{45} = \frac{a}{3^2 \times 5}$ 가 유한소수이므로 a 는 9의 배수이어야 한다.
기약분수가 $\frac{7}{b}$ 이므로, $a = 9 \times 7 = 63, b = 5$

18. $\frac{a}{48}$ 를 소수로 나타내면 1보다 작은 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이라고 할 때, 이것을 만족하는 b 의 값을 모두 합하면?(단, a, b 는 자연수)

① 20 ② 24 ③ 28 ④ 48 ⑤ 63

해설

$\frac{a}{48} = \frac{a}{2^4 \times 3}$ 이므로 유한소수가 되려면 a 는 3의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{3}{b}$ 이라고 하였으므로,

a 는 $9 \times (2$ 의 거듭제곱) $, b$ 는 3보다 큰 2의 배수가 되어야 한다.

$a = 9, b = 16$ 또는 $a = 9 \times 2, b = 8$ 또는 $a = 9 \times 4, b = 4$

$\therefore 16 + 8 + 4 = 28$

19. 미영이는 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것을 모두 골라라.

㉠ $3 \div 25$	㉡ $3 \div 11$	㉢ $13 \div 50$
㉣ $5 \div 4$	㉤ $1 \div 3$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡ $\frac{3}{11} = 0.\dot{2}7$ 이므로 순환마디가 2,7인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

㉤ $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$ 이므로 순환마디가 3인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

20. 자연수 $a, b(a < b)$ 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타내면

$0.\overline{xyz}$ 가 된다. b 가 될 수 있는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 37

▷ 정답 : 111

▷ 정답 : 333

▷ 정답 : 999

해설

순환소수 $0.\overline{xyz}$ 는 약분하기 전의 분모가 999 이어야 하므로 기약분수의 분모로 가능한 수는 999 의 약수이다.
이 때, $999 = 3^3 \times 37$ 이므로 999 의 약 수는 1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999 이다.
그런데 기약분수의 분모가 1, 3, 9 인 숫자는 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 조건에 맞지 않는다.
따라서 조건에 맞는 분모는 27, 37, 111, 333, 999 이다.

21. 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 20번째 자리의 수를 a , 99번째 자리의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개

$20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 $a = 5$

$99 = 6 \times 16 + 3$ 이므로 $b = 7$

$\therefore a + b = 12$

22. $x = \frac{4}{7}$ 일 때, $10^6x - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 571428

해설

$x = \frac{4}{7} = 0.571428571428 \dots$ 이고

$10^6x = 571428.571428 \dots$ 이므로

$10^6x - x = 571428$ 이다.

23. $0.15\dot{8} = a \times 0.00\dot{1}$, $0.0\dot{5} = 5 \times b$ 일 때, ab 를 분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{143}{90}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{158-15}{900} &= a \times \frac{1}{900}, \quad a = 143 \\ \frac{5}{90} &= 5 \times b, \quad b = \frac{1}{90} \\ \therefore ab &= \frac{143}{90} \end{aligned}$$

24. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}7$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{99}$

해설

$$\text{영철 : } 0.\dot{3}7 = \frac{37}{99},$$

$$\text{영은 : } 1.3\dot{5} = \frac{135 - 13}{90} = \frac{61}{45}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{영은이가 본 분자})}{(\text{영철이가 본 분모})} = \frac{61}{99} = A \text{ 이다.}$$

25. $0.x$ 의 값은 $\frac{1}{9}$ 이상 $\frac{3}{5}$ 미만이다. 이를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 값을 a , 가장 작은 값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{1}{9} \leq \frac{x}{9} \qquad \therefore b = 1$$
$$\frac{5x}{45} < \frac{27}{45} \qquad \therefore a = 5$$
$$\therefore a - b = 4$$

26. 두 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$, $0.\dot{b}\dot{a}$ 의 합이 $0.\dot{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, $0 < a < b$)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{10a + b + 10b + a}{99} = \frac{11a + 11b}{99} = \frac{a + b}{9}$$
$$= 0.\dot{3} = \frac{3}{9}$$

$$\therefore a + b = 3$$

a, b 가 자연수이고 $0 < a < b$ 이므로

$$a = 1, b = 2$$

$$\therefore a - b = -1$$

27. 순환소수 $0.\dot{3}$ 와 $0.0\dot{2}$ 의 합을 $0.a\dot{b}$ 라고 할 때, $0.\dot{b}-0.0\dot{a}$ 를 순환소수로 나타낸 것은?

- ① $0.4\dot{8}$ ② $0.5\dot{2}$ ③ $0.5\dot{6}$ ④ $0.6\dot{0}$ ⑤ $0.6\dot{4}$

해설

$$0.\dot{3} + 0.0\dot{2} = \frac{3}{9} + \frac{2}{90} = 0.3\dot{5} \quad \therefore a = 3, b = 5$$

$$0.\dot{b} - 0.0\dot{a} = 0.\dot{5} - 0.0\dot{3} = \frac{5}{9} - \frac{3}{90} = \frac{47}{90} = 0.5\dot{2}$$

28. $1.\dot{3} + 3\left\{\frac{2}{3} + \left(0.\dot{5} - \frac{7}{9}\right)\right\} - 0.\dot{8}$ 를 계산하여라.

① $1.\dot{5}$

② $1.\dot{6}$

③ $1.\dot{7}$

④ $1.\dot{8}$

⑤ $1.\dot{9}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{13-1}{9} + 3\left\{\frac{2}{3} + \left(\frac{5}{9} - \frac{7}{9}\right)\right\} - \frac{8}{9} &= \frac{4}{3} + 3\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{9}\right) - \frac{8}{9} \\ &= \frac{8}{3} - \frac{8}{9} = \frac{16}{9} = 1.\dot{7}\end{aligned}$$

29. 순환소수 $1.\dot{4}$ 를 a 라 하고 $0.2\dot{8}$ 의 역수를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$1.\dot{4} = \frac{13}{9} = a, 0.2\dot{8} = \frac{26}{90}, b = \frac{90}{26}$$

$$\therefore ab = \frac{13}{9} \times \frac{90}{26} = 5$$

30. 순환소수 $0.7\bar{3}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$0.\overline{73} = \frac{73-7}{90} = \frac{11}{15}$ 이므로 어떤 자연수는 15의 배수이어야 한다.

두 자리의 자연수 중 15의 배수는 15, 30, $\dots$, 90의 6개이다.

31. $\frac{11}{111} = x$ 라 할 때, $x \times (999.\dot{9} - 1)$ 의 값은 몇 자리의 자연수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리

▷ 정답 : 2 자리

해설

$$(\text{준식}) = \frac{11}{111} \times (1000 - 1) = \frac{11}{111} \times 999 = 99$$

32. 다음 중 유리수 아닌 것을 모두 고르면?

- ① $0, 1, 2, 3, \dots$
- ② $2.\dot{5}, -\frac{5}{9}$
- ③ 유한소수
- ④ 무한소수
- ⑤ $-1.\dot{5}, -\frac{1}{3}, 0, 2.\dot{4}, \pi$

해설

- ④ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.
- ⑤ π 는 순환하지 않는 무한소수이다.

33. $x = \frac{k}{24}$ (단, x 는 자연수가 아니고, k 는 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 유한소수가 되기 위한 k 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$\frac{k}{24} = \frac{k}{2^3 \times 3}$: 유한소수이려면 k 는 3의 배수
따라서, $33 - 4 = 29$