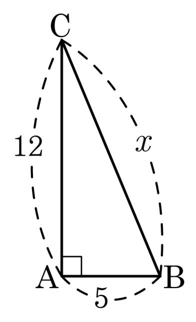
1. 다음은 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 빗변의 길이를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?



$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{\boxed{\text{ㄱ}}}^2$
$x^2 = 5^2 + 12^2 = \boxed{\text{ㄴ}}$
$x > 0$ 이므로, $x = \boxed{\text{ㄷ}}$

① $\overline{AB}$, 144 , −13
② $\overline{AB}$, 144 , 13
③ $\overline{BC}$, 169 , −13
④ $\overline{BC}$, 169 , 13
⑤ $\overline{BC}$, 196 , −13

해설

$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2, x^2 = 5^2 + 12^2 = 169$
$x > 0$ 이므로, $x = 13$

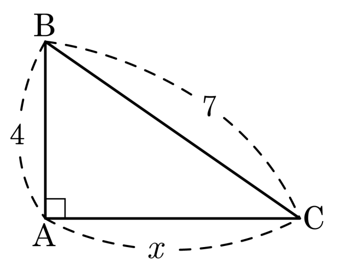
2. 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 90°$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\angle B = 90°$ 이므로 $\overline{AC}$ 가 빗변이다.
따라서 피타고라스 정리에 따라
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$
$15^2 = x^2 + 12^2$
$x^2 = 81$
$x > 0$ 이므로 $x = 9(\text{ cm})$ 이다.

3. 다음 삼각형에서 x 의 값을 구하면?

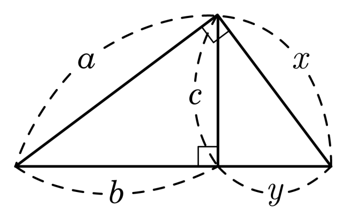


① $\sqrt{31}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ $\sqrt{34}$ ⑤ 6

해설

$x = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{33}$

4. 다음 그림에 대해 옳은 것의 개수는?



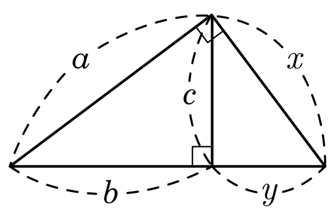
㉠ $a + y = b + x$	㉡ $b^2 + c^2 = a^2$
㉢ $a^2 + b^2 = x^2 + y^2$	㉣ $x^2 - c^2 = y^2$
㉤ $c = \sqrt{b^2 + a^2}$	

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉡ 피타고라스 정리에 따라 옳다.
㉣피타고라스 정리에 따라 $c^2 + y^2 = x^2$ 이므로 $x^2 - c^2 = y^2$ 이다.
따라서 옳은 것은 2 개이다.

5. 각 변의 길이가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



㉠ $a^2 - b^2 = x^2 - y^2$	㉡ $a \times y = x \times b$
㉢ $a - c + b = x - y$	㉣ $a^2 + y^2 = x^2 + b^2$

① ㉠,㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡,㉢ ④ ㉡,㉣ ⑤ ㉢,㉣

해설

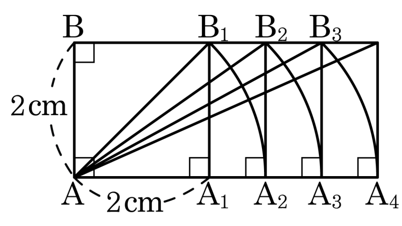
㉠ 피타고라스 정리에 따라 $a^2 = b^2 + c^2$, $c^2 = a^2 - b^2$ 이고 $x^2 = c^2 + y^2$, $c^2 = x^2 - y^2$ 이므로 $a^2 - b^2 = x^2 - y^2$ 이다.

㉣

㉠에서 $c^2 - b^2 = x^2 - y^2$ 에서 이항하면 $a^2 + y^2 = x^2 + b^2$ 이다.

따라서 옳은 것은 ㉠,㉣이다.

6. 다음 그림과 같이 $\square AA_1B_1B$ 는 한 변의 길이가 2cm 인 정사각형이고, 점 A 를 중심으로 하여 $\overline{AB_1}$, $\overline{AB_2}$, $\overline{AB_3}$ 을 반지름으로 하는 호를 그릴 때, $\overline{AA_4}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

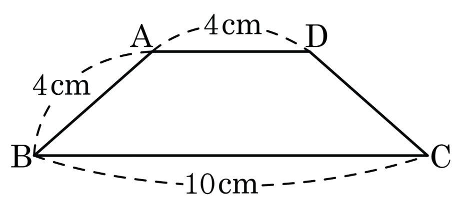
해설

$\overline{AA_2} = \overline{AB_1} = 2\sqrt{2}$

$\overline{AA_3} = \overline{AB_2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\overline{AA_4} = \overline{AB_3} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{16} = 4$

7. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

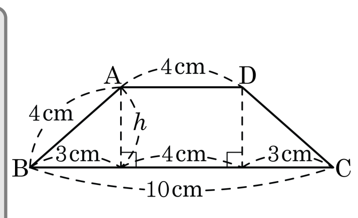
▷ 정답 : $7\sqrt{7}$ cm^2

해설

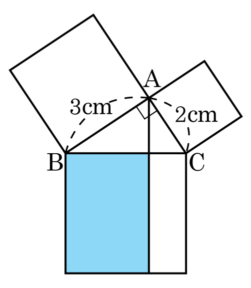
등변사다리꼴의 높이는

$h = \sqrt{4^2 - 3^2}$
$= \sqrt{16 - 9}$
$= \sqrt{7}(\text{cm})$

(넓이) $= (4 + 10) \times \sqrt{7} \times \frac{1}{2} =$
$7\sqrt{7}$ (cm^2)



8. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 3 개의 정사각형을 만들었을 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



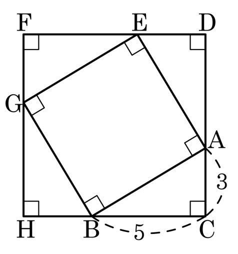
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\underline{9\,\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AB}$ 를 포함한 사각형의 넓이와 색칠한 부분의 넓이는 같다.
따라서 $3^2 = 9(\text{cm}^2)$ 이다.

9. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 와 합동인 삼각형 4 개를 모아 정사각형 CDFH 를 만든 것이다. $\overline{AC} = 3$, $\overline{BC} = 5$ 일 때, □EGBA 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 34

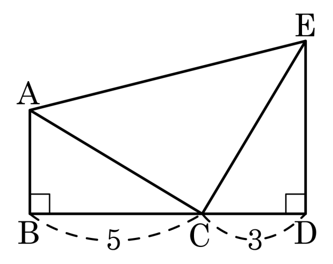
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$

따라서, □ABGE는 한 변의 길이가 $\sqrt{34}$ 인 정사각형이므로

□ABGE $= (\sqrt{34})^2 = 34$ 이다.

10. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{\mathrm{BC}} = 5$, $\overline{\mathrm{CD}} = 3$ 일 때, $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 길이는?

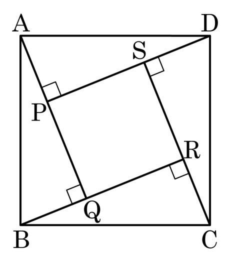


① $\sqrt{17}$　② $2\sqrt{15}$　③ $2\sqrt{15}$　④ 8　⑤ $2\sqrt{17}$

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{CDE}$ 는 합동이므로
$\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\angle\mathrm{ACE} = 90°$ 이므로 $\triangle\mathrm{ACE}$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$
따라서 $\overline{\mathrm{AE}^2} = (\sqrt{34})^2 + (\sqrt{34})^2 = 68$, $\overline{\mathrm{AE}} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ 이다.

11. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\overline{DC} = 8$, $\overline{BQ} = 3$ 일 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{55} - 12$

해설

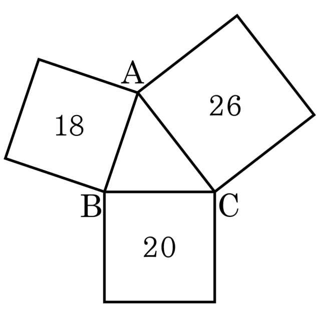
사각형 PQRS 는 정사각형이고,

$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP}$

$= \sqrt{8^2 - 3^2} - 3 = \sqrt{55} - 3$ 이므로

둘레는 $4 \times \left(\sqrt{55} - 3\right) = 4\sqrt{55} - 12$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 삼각형의 세 변을 한 변으로 하는 정사각형 세 개의 넓이가 각각 18, 20, 26 일 때, 삼각형의 넓이를 구하여라.

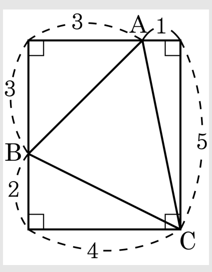


▶ 답 :

▷ 정답 : 9

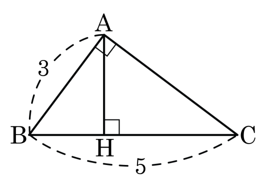
해설

정사각형의 넓이 18, 20, 26 은 각각 $18 = 3^2 + 3^2, 20 = 2^2 + 4^2, 26 = 1^2 + 5^2$ 이므로 다음 그림과 같이 가로의 길이가 4 , 세로의 길이가5 인 직사각형을 만들 수 있다.



∴ (삼각형의 넓이)$=(4\times5)-\frac{1}{2}(3\times3+2\times4+1\times5) = 20-11 = 9$

13. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{\mathrm{AH}}$ 의 길이는?

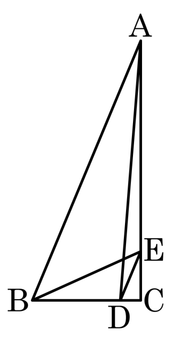


① 1.2　　② 1.6　　③ 2　　④ 2.4　　⑤ 2.8

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 4$ 이므로
$\overline{\mathrm{AH}} \times 5 = 3 \times 4$
$\therefore \overline{\mathrm{AH}} = 2.4$

14. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = 12$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{DE} = \sqrt{6}$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2$ 의 값은?



① 169　　② 171　　③ 173　　④ 175　　⑤ 177

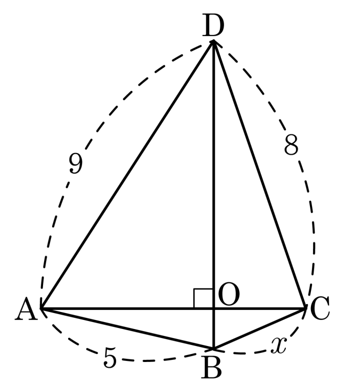
해설

$\overline{AB}^2 + \overline{DE}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AD}^2$

$\overline{AB} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ 이므로

$\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2 = 13^2 + \sqrt{6}^2 = 175$

15. 다음 그림처럼$\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 이고 $\overline{AB}=5, \overline{CD}=8, \overline{AD}=9$ 일 때, x 의 값으로 적절한 것을 고르면?

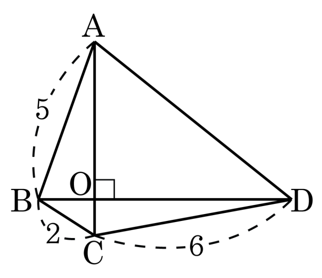


① 1　② $\sqrt{2}$　③ 2　④ $2\sqrt{2}$　⑤ 4

해설

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$ 이므로
$5^2+8^2=9^2+x^2$
$25+64=81+x^2$
$x^2=8, x>0$이므로 $x=2\sqrt{2}$

16. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 대각선이 직교하고 $\overline{\mathrm{AB}} = 5$, $\overline{\mathrm{BC}} = 2$, $\overline{\mathrm{CD}} = 6$ 일 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이를 구하면?

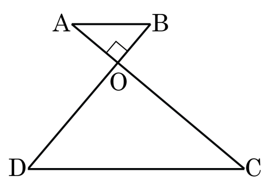


① $\sqrt{55}$　② $2\sqrt{14}$　③ $\sqrt{57}$　④ $\sqrt{58}$　⑤ $\sqrt{59}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 = \overline{\mathrm{AD}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2$
$5^2 + 6^2 = \overline{\mathrm{AD}}^2 + 2^2$
$\overline{\mathrm{AD}}^2 = 61 - 4 = 57$
따라서 $\overline{\mathrm{AD}} > 0$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}} = \sqrt{57}$ 이다.

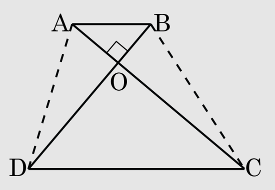
17. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127　　② 130　　③ 137

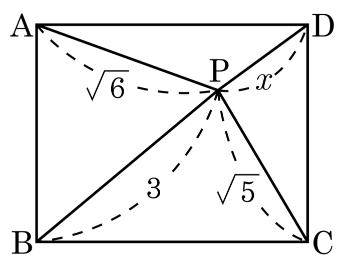
④ 140　　⑤ 157

해설



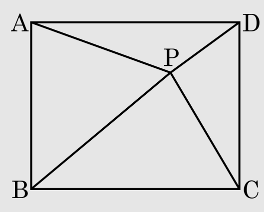
$\triangle$OAD 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$ ①
$\triangle$ODC 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②
$\triangle$OBC 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③
$\triangle$OAB 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④
①과 ③을 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤
②와 ④를 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥
⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

18. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{6}$, $\overline{\mathrm{BP}} = 3$, $\overline{\mathrm{CP}} = \sqrt{5}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DP}}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설

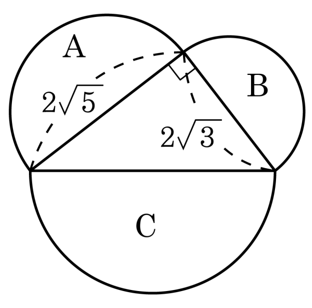


그림의 직사각형에서 다음 관계가 성립한다.

$\overline{\mathrm{AP}}^2 + \overline{\mathrm{CP}}^2 = \overline{\mathrm{BP}}^2 + \overline{\mathrm{DP}}^2$

$\sqrt{6}^2 + \sqrt{5}^2 = 3^2 + x^2 \quad \therefore x = \sqrt{2}$

19. 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 A, B, C 라고 할 때, $2(A+B)+C$ 의 값을 구하면?



① 8π　② 10π　③ 12π　④ 14π　⑤ 16π

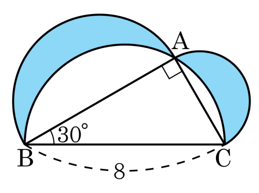
해설

피타고라스 정리에 의해서 C 의 지름을 c 라고 하면 $c^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 32$

따라서 $c = 4\sqrt{2}$ 이므로 $C = \frac{1}{2} \times \left(\frac{c}{2}\right)^2 \pi = \frac{1}{8} \times 32\pi = 4\pi$

피타고라스 정리를 이용하면 $C = A + B$ 이므로 $2(A+B)+C = 3C = 12\pi$

20. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$

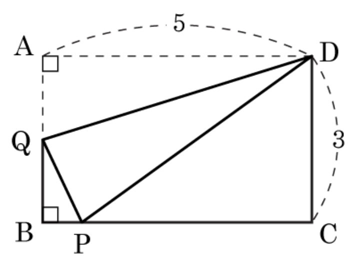
해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

$\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{2} = 4,\ \overline{AB} = 4\sqrt{3}$

$\therefore\ \triangle ABC = 4 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}$

21. 다음 중 옳은 것을 고르면?



① $\angle ADQ = \angle PDC$　　② $\triangle ADQ \equiv \triangle PDQ$

③ $\overline{DQ} = 5$　　④ $\angle DQP = 90°$

⑤ $\overline{PC} = 3$

해설

$\overline{AD} = \overline{PD} = 5$

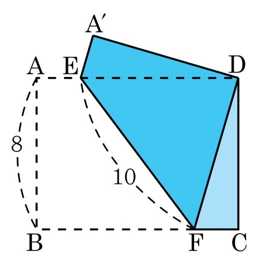
$\overline{PC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$\angle ADQ = \angle PDQ$

$\overline{QD}$ 는 공통이므로

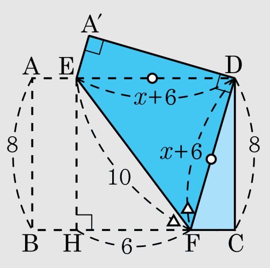
$\triangle ADQ \equiv \triangle PDQ$ (SAS 합동) 이다.

22. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D에 오도록 접은 것이다. $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\frac{32}{3}$　② $\frac{28}{3}$　③ $\frac{26}{3}$
④ $\frac{22}{3}$　⑤ $\frac{20}{3}$

해설



E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{HF} = 6$

$\overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{CH} = \overline{DE} = 6 + x$

접은 각과 엇각에 의해 $\angle DEF = \angle DFE$ 이므로

$\overline{DF} = \overline{DE} = 6 + x$

$\triangle DFC$ 에서 $(6+x)^2 = 8^2 + x^2$, $12x = 28$ $\therefore x = \frac{7}{3}$

또한 $\overline{BH} = \overline{AE} = \overline{A'E} = \overline{CF}$

$\therefore \overline{BC} = \frac{7}{3} \times 2 + 6 = \frac{32}{3}$

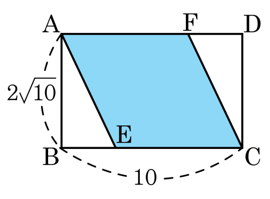
23. 세로와 대각선의 비가 $3:5$ 인 직사각형의 가로의 길이가 $4\sqrt{2}$ 일 때, 이 직사각형의 넓이는?

① 12　② 15　③ 18　④ 21　⑤ 24

해설

세로의 길이를 $3x$ 라고 하면, 대각선의 길이는 $5x$ 이고
피타고라스 정리에 따라
$(3x)^2 + (4\sqrt{2})^2 = (5x)^2$
$16x^2 = 32$
$x^2 = 2$
직사각형의 변의 길이는 양수이므로
$x = \sqrt{2}$
따라서 가로의 길이는 $3\sqrt{2}$, 대각선의 길이는 $5\sqrt{2}$ 이므로
이 직사각형의 넓이는
$3\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 24$ 이다.

24. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $14\sqrt{10}$

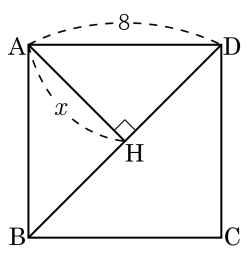
해설

$\overline{CE} = x$ 라 하면

$x^2 = (2\sqrt{10})^2 + (10 - x)^2$ $\therefore$ $x = 7$

$\therefore$ □AECF $= 7 \times 2\sqrt{10} = 14\sqrt{10}$

25. 한 변의 길이가 8 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AH}} \perp \overline{\mathrm{BD}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AH}}$ 의 길이는?



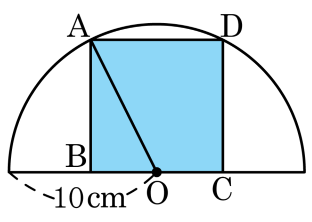
① $2\sqrt{2}$　② $3\sqrt{2}$　③ $4\sqrt{2}$　④ $5\sqrt{2}$　⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{BD}} = 8\sqrt{2}$ 이므로 $x \times 8\sqrt{2} = 8 \times 8$

$\therefore\ x = 4\sqrt{2}$

26. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10 cm 인 반원 O 에 내접하는 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이를 구하여라.



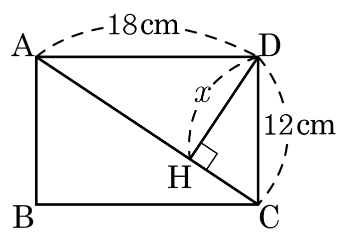
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{5}$ cm

해설

$\overline{OC} = \overline{OB} = a$ 라 하면 $\overline{CD} = 2a$
$\overline{OD} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5}a = 10$ 이므로
$\therefore a = \dfrac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$
□ABCD 의 한 변의 길이는 $4\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.

27. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AC}\perp\overline{DH}$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



① $\frac{30\sqrt{13}}{13}$ cm ② $\frac{32\sqrt{13}}{13}$ cm ③ $\frac{34\sqrt{13}}{13}$ cm
④ $\frac{36\sqrt{13}}{13}$ cm ⑤ $\frac{38\sqrt{13}}{13}$ cm

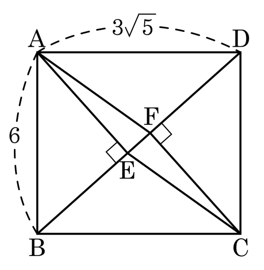
해설

$\overline{AC} = \sqrt{12^2+18^2} = \sqrt{6^2(4+9)} = 6\sqrt{13}(\text{cm})$

$12\times 18 = 6\sqrt{13}\times x$

$\therefore x = \frac{36\sqrt{13}}{13}(\text{cm})$

28. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 $3\sqrt{5}$, 6 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

$\overline{BD} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 + 6^2} = 9$

$\triangle ABD \backsim \triangle EBA$ ($\because$ AA 닮음) 이므로

$\overline{BD} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{BE}$

$9 : 6 = 6 : \overline{BE}, \quad \therefore \overline{BE} = 4$

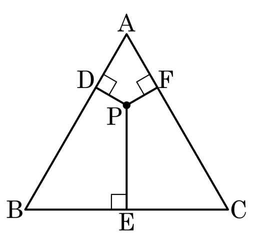
$\triangle EBA \equiv \triangle FDC$ ($\because$ RHA 합동) 이므로

$\overline{DF} = \overline{BE} = 4$, $\therefore\ \overline{EF} = \overline{BD} - 2\overline{BE} = 1$

직각삼각형 ABD 에서 $\frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AD}$, $9 \times \overline{AE} = 6 \times 3\sqrt{5}$, $\therefore\ \overline{AE} = 2\sqrt{5}$

$\therefore\ \square AECF = \overline{AE} \times \overline{EF} = 2\sqrt{5} \times 1 = 2\sqrt{5}$

29. 한 변의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P 에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

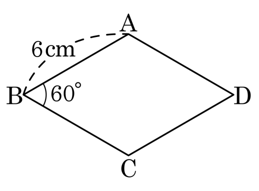
$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle APC$

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times \sqrt{3}^2 = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PE} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{PF} =$

$\frac{1}{2} \times \sqrt{3}(\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF})$

$\therefore \overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF} = \frac{3}{2}$

30. 다음 그림과 같이 $\angle B = 60°$ 이고, 한 변의 길이가 $6\,\text{cm}$ 인 마름모 ABCD 의 넓이는?



① $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　② $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $27\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　④ $30\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

⑤ $40\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

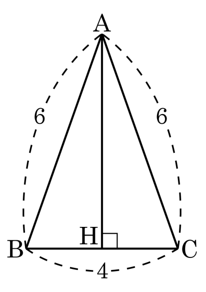
해설

$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로

$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

마름모 ABCD 의 넓이는 $9\sqrt{3} \times 2 = 18\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

31. 다음 그림의 이등변삼각형 ABC 에서 높이 $\overline{AH}$ 는?

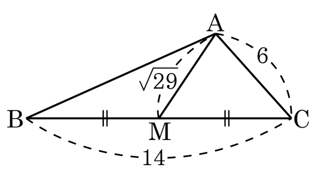


① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{3}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{AH} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$

32. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하고, $\overline{BC} = 14$, $\overline{CA} = 6$, $\overline{AM} = \sqrt{29}$ 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

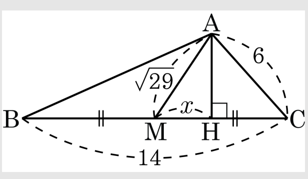


▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{30}$

해설

점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하고,



$\overline{MH} = x$ 라 하면 $\overline{HC} = 7 - x$

$\triangle AMH$ 에서 $\overline{AH}^2 = (\sqrt{29})^2 - x^2$, $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH}^2 = 6^2 - (7 - x)^2$

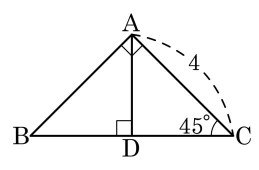
$\therefore\ (\sqrt{29})^2 - x^2 = 6^2 - (7 - x)^2,\ x = 3$

$\overline{AH} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20}$

$\triangle ABH$ 에서

$\overline{AB} - \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{BH}^2} = \sqrt{(\sqrt{20})^2 + 10^2} = \sqrt{120} = 2\sqrt{30}$

33. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 를 구하면?

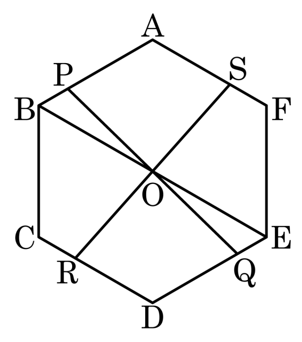


① $\sqrt{2}$　② $2\sqrt{2}$　③ $3\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{2}$　⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$1 : \sqrt{2} = \overline{DC} : 4$, $\overline{DC} = 2\sqrt{2}$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ 이고 $\overline{BD} = 2\sqrt{2}$ 이므로
$\overline{BC} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ 이다.

34. 다음 그림과 같이 넓이가 12 인 정육각형 ABCDEF 의 변 AB 위의 한 점을 P , 선분 OP 의 연장선과 변 DE 의 교점을 Q 라 하고, 변 CD 위의 한 점을 R , 선분 OR 의 연장선과 변 AF 와의 교점을 S 라 할 때, $\square\mathrm{OPAS} + \square\mathrm{OBCR} + \triangle\mathrm{OEQ}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

대각선 AD 와 대각선 CF 를 그었을 때,

$\triangle\mathrm{OPB} \equiv \triangle\mathrm{OQE}$

$\triangle\mathrm{OCR} \equiv \triangle\mathrm{OFS}$

따라서 $\square\mathrm{OPAS}+\square\mathrm{OBCR}+\triangle\mathrm{OEQ} = \triangle\mathrm{OAF}+\triangle\mathrm{OAB}+\triangle\mathrm{OBC}$ 이므로

전체 정육각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이다.

$\therefore\ \square\mathrm{OPAS} + \square\mathrm{OBCR} + \triangle\mathrm{OEQ} = \frac{12}{2} = 6$

35. 두 점 A$(a,\ 4)$, B$(-7,\ b)$의 중점의 좌표가 $(-1,\ 5)$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?

① $\sqrt{37}$ ② $2\sqrt{37}$ ③ $4\sqrt{37}$
④ $\dfrac{3\sqrt{37}}{2}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{37}}{2}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점은 $\left(\dfrac{a-7}{2},\ \dfrac{4+b}{2}\right) = (-1,\ 5)$ 이므로 $a=5,\ b=6$

A$(5,\ 4)$, B$(-7,\ 6)$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(5+7)^2+(4-6)^2} = \sqrt{144+4} = 2\sqrt{37}$

36. 두 점 A(2, 1), B(x, 6) 사이의 거리가 13 일 때, x 의 값을 구하여라. (단, $x > 0$)

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(x-2)^2 + (6-1)^2} = 13$

$(x-2)^2 + 25 = 169$

$(x-2)^2 = 144$

$x - 2 = \pm 12$

$\therefore\ x = -10$ 또는 $x = 14$

$x > 0$ 이므로 $x = 14$ 이다.

37. 이차함수 $y=x^2+4x-8$ 의 꼭짓점으로부터 원점까지의 거리는?

① $\sqrt{37}$　② $2\sqrt{37}$　③ $3\sqrt{37}$　④ $4\sqrt{37}$　⑤ $5\sqrt{37}$

해설

$y=x^2+4x-8=(x+2)^2-12$

꼭짓점 $\mathrm{P}(-2,\ -12)$ 와 원점 사이의 거리

$\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{(-2)^2+(-12)^2}=\sqrt{148}=2\sqrt{37}$

38. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$ 의 그래프의 꼭짓점과 y 축과의 교점, 그리고 원점을 이어 삼각형을 만들었다. 이 삼각형의 둘레의 길이가 $a + b\sqrt{c}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?(단, a, b, c는 유리수, c는 최소의 자연수)

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$

$y = -\frac{1}{4}(x - 4)^2 + 3$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 3)$ 이다.

y 축과의 교점은 x 좌표가 0 일 때이므로 $(0,\ -1)$

따라서

꼭짓점 - 원점의 거리

$= \sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2} = 5$

y 축과의 교점-원점의 거리 $= 1$

꼭짓점-y 축과의 교점의 거리

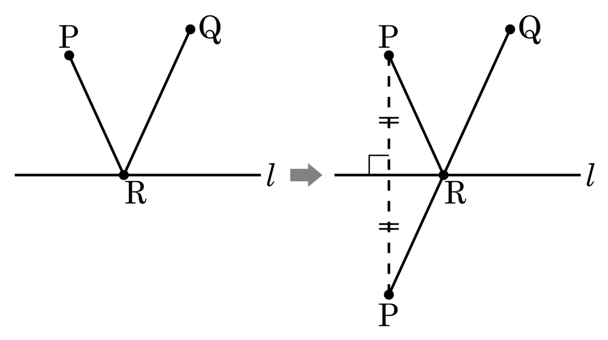
$= \sqrt{(4-0)^2 + \{3-(-1)\}^2} = 4\sqrt{2}$

$\therefore$ 삼각형의 둘레$= 6 + 4\sqrt{2}$ 이므로

$a + b + c$ 의 값은 12 이다.

39. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l 위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\square$에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 $\square$가 직선 l과 만나는 점을 $\square$로 잡는다.



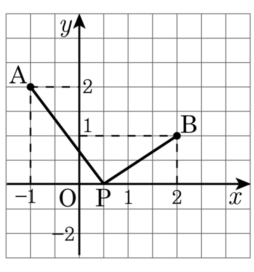
① l, PQ, Q　② l, PQ, R　③ l, P′Q, R

④ Q, PQ, Q　⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

40. 그림과 같은 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1, 2)$, $\mathrm{B}(2, 1)$ 이 있다. x 축 위에 임의의 점 P 를 잡았을 때, $\overline{\mathrm{AP}} + \overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은?



① $2\sqrt{2}$　② 3　③ $2\sqrt{3}$

④ 4　⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{AP}} + \overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은 점 B 와 x 축에 대하여 대칭인 점 $\mathrm{B}'(2,\ -1)$ 을 잡을 때, 선분 AB' 의 길이와 같다.

$\therefore \overline{\mathrm{AB}'} = \sqrt{\{2-(-1)\}^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이다.