

1. 밑면의 넓이가 $3xy$ 인 직육면체의 부피가 $9x^2y - 6xy^3$ 일 때, 직육면체의 높이를 구하면?

① $x - y^2$

② $2x - y^2$

③ $3x - y^2$

④ $3x - 2y^2$

⑤ $2x - 3y^2$

해설

직육면체의 높이를 A 라 할 때,

$$9x^2y - 6xy^3 = 3xy \times A$$

$$\therefore A = \frac{9x^2y - 6xy^3}{3xy} = 3x - 2y^2$$

2. $(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는?

- ① -12 ② -7 ③ 3 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+2)(x-3)(x-4) \\ &= \{(x+1)(x-3)\}\{(x+2)(x-4)\} \\ &= (x^2-2x-3)(x^2-2x-8) \\ & x^2 \text{이 나오는 항은 } -8x^2 + 4x^2 - 3x^2 \text{이다.} \\ & \text{따라서 } x^2 \text{의 계수는 } -7 \text{이다.} \end{aligned}$$

3. $5x - 3y - 7 = -x + 9y - 1$ 일 때, $-5x + 2y - 1$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면 $ay + b$ 라고 한다. $a + b$ 의 값은?

① -14 ② -10 ③ -5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} 5x - 3y - 7 &= -x + 9y - 1, \quad 6x = 12y + 6, \quad x = 2y + 1 \text{ 을 대입하면,} \\ (\text{준식}) &= -5(2y + 1) + 2y - 1 \\ &= -10y - 5 + 2y - 1 \\ &= -8y - 6 \\ \therefore a + b &= -14 \end{aligned}$$

4. $(x+y) : (x-2y) = 7 : 2$ 일 때, $4x-8y$ 를 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $\frac{x}{8}$ ② $\frac{x}{16}$ ③ $\frac{2}{15}x$ ④ $\frac{5}{16}x$ ⑤ $\frac{3}{2}x$

해설

비례식에서 외항의 곱과 내항의 곱은 같으므로

$$7(x-2y) = 2(x+y)$$

$$5x = 16y, y = \frac{5}{16}x$$

$$\therefore 4x-8y = 4x-8 \times \frac{5}{16}x = 4x-\frac{5}{2}x = \frac{3}{2}x$$

5. $\frac{3x+4y}{2x-3y} = \frac{1}{3}$ 일 때, $(x-1)-y+1$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

- ① $5x$ ② $7x$ ③ $9x$ ④ $\frac{21}{5}x$ ⑤ $\frac{22}{15}x$

해설

$$9x + 12y = 2x - 3y$$

$$7x = -15y \therefore y = -\frac{7}{15}x$$

$$\therefore (x-1)-y+1 = x-y = x - \left(-\frac{7}{15}x\right) = \frac{22}{15}x$$

6. $\frac{2x-y}{3x+4y} = \frac{1}{3}$ 일 때 $\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y + 3$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면 $ay + b$ 이다. $9a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$$\frac{2x-y}{3x+4y} = \frac{1}{3}$$

$$6x - 3y = 3x + 4y$$

$$3x = 7y$$

$$\therefore x = \frac{7}{3}y$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y + 3 = \frac{14}{9}y + \frac{2}{3}y + 3 = \frac{20}{9}y + 3$$

$$\therefore a = \frac{20}{9}, b = 3 \therefore 9a + b = 23$$

8. $2^{10} \approx 1000$ 이라 할 때, 5^{10} 의 값은?

- ① 10^2 ② 10^4 ③ 10^5 ④ 10^7 ⑤ 10^8

해설

$$2^{10} \approx 10^3 = 2^3 \times 5^3 \text{ 이므로}$$

$$5^3 \approx 2^{10} \div 2^3 = 2^7$$

$$\text{따라서 } 5^{10} = 5^3 \times 5^7 \approx 2^7 \times 5^7 = 10^7$$

9. $a = 2^{x-1}$ 일 때, 4^{2x-1} 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

- ① $8a$ ② $2a^2$ ③ $4a^2$ ④ $2a^4$ ⑤ $4a^4$

해설

$$\begin{aligned}4^{2x-1} &= 2^{2(2x-1)} = 2^{4x-2} \\2^{4x-4} \times 2^2 &= 2^{4(x-1)} \times 2^2 \\&= 4 \times (2^{x-1})^4 \\&= 4 \times a^4 \\&= 4a^4\end{aligned}$$

10. $3^{99} = x$ 라 할 때, $3^{100} - 3^{98}$ 를 x 를 사용하여 나타내면?

- ① $3x$ ② $8x$ ③ $\frac{8}{3}x$ ④ x^2 ⑤ $3x^2$

해설

$$3^{100} - 3^{98} = 3 \times 3^{99} - \frac{3^{99}}{3} = 3x - \frac{x}{3} = \frac{8}{3}x$$

11. $3^4 = x$ 라 할 때, $3^4 + 3^6 - 3^5$ 을 x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $7x$

해설

$$3^4 + (3^4 \times 3^2) - (3^4 \times 3) = x + 9x - 3x = 7x$$

12. $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 117$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 117 \text{ 에서}$$

$$3^x \times \frac{1}{3} + 3^x + 3^x \times 3 = 117$$

$$\left(\frac{1}{3} + 1 + 3\right) \times 3^x = 117$$

$$\frac{13}{3} \times 3^x = 117$$

$$3^x = 27$$

$$\therefore x = 3$$

13. $3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x = 81 \times 6^{2x}$ 일 때, x 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x &= 3^{2x+4} \times (3^2)^{3-x} \times (2^2)^x \\ &= 3^{2x+4} \times 3^{6-2x} \times 2^{2x} \\ &= 3^{10} \times 2^{2x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 81 \times 6^{2x} &= 3^4 \times 2^{2x} \times 3^{2x} \\ &= 3^{4+2x} \times 2^{2x} \end{aligned}$$

$4 + 2x = 10$ 이므로 $x = 3$ 이다.

14. 다음 세 수의 크기를 비교하여 큰 순서대로 나열하여라.

$$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3^{63}

▷ 정답: 5^{36}

▷ 정답: 2^{81}

해설

$81 = 3^4$, $63 = 3^2 \times 7$, $36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로

세 수의 최대공약수는 $3^2 = 9$ 이다.

따라서

$$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$$

$$(2^9)^9, (3^7)^9, (5^4)^9 \text{ 에서}$$

$$2^9 < 5^4 < 3^7 \text{ 이므로 세 수의 크기는 } 2^{81} < 5^{36} < 3^{63}$$

$$\therefore 3^{63}, 5^{36}, 2^{81}$$

15. $x_1 = 97, x_2 = \frac{2}{x_1}, x_3 = \frac{3}{x_2}, x_4 = \frac{4}{x_3}, \dots, x_{10} = \frac{10}{x_9}$ 이라 할 때,
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

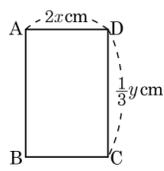
▷ 정답: 3840

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다. 따라서
 $x_9 \times x_{10} = 10$ 이 된다.

$$\begin{aligned} & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10} \\ &= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \cdots \times (x_9 \cdot x_{10}) \\ &= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840 \end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 2x \text{ cm}$, $\overline{CD} = \frac{1}{3}y \text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. \overline{AD} 를 축으로 1회 전시켜서 생긴 회전체의 부피는 \overline{CD} 를 축으로 1회 전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인가?



- ① $\frac{y}{5x}$ 배 ② $\frac{y}{6x}$ 배 ③ $\frac{y}{7x}$ 배 ④ $\frac{y}{8x}$ 배 ⑤ $\frac{y}{9x}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.
 (원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) × (높이) 이므로
 \overline{AD} 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times \left(\frac{1}{3}y\right)^2 \times 2x = \frac{2}{9}\pi xy^2$$

\overline{CD} 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2x)^2 \times \frac{1}{3}y = \frac{4}{3}\pi x^2 y$$

$$\therefore \frac{2}{9}\pi xy^2 \div \frac{4}{3}\pi x^2 y = \frac{2}{9}\pi xy^2 \times \frac{3}{4\pi x^2 y} = \frac{y}{6x} \text{ (배)}$$

17. 두 순서쌍 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1x_2 + x_1y_2 + y_1x_2 + y_1y_2$ 로 정의 한다. 이 때, $(2x, y) \times (-y, 3x)$ 를 간단히 하면?

① $-6x^2 + 2xy - y^2$

② $-6x^2 + xy + 3y^2$

③ $2x^2 - xy - y^2$

④ $6x^2 + xy - y^2$

⑤ $6x^2 - xy + 3y^2$

해설

$$\begin{aligned} & 2x \times (-y) + 2x \times 3x + y \times (-y) + y \times 3x \\ &= -2xy + 6x^2 - y^2 + 3xy \\ &= 6x^2 + xy - y^2 \end{aligned}$$

18. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 3B$ 라 정의 하자. $A = x^2 + 2x - 4$, $B = x^2 - 3x + 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면?

① $-5x^2 - 20x - 22$

② $-5x^2 + 20x - 34$

③ $2x^2 - x + 1$

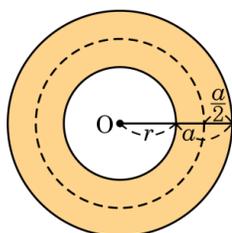
④ $2x^2 + 5x + 9$

⑤ $5x^2 + 22x - 4$

해설

$$\begin{aligned}(A * B) * B &= (A - 3B) - 3B = A - 6B \text{ 이므로} \\ (x^2 + 2x - 4) - 6(x^2 - 3x + 5) \\ &= x^2 + 2x - 4 - 6x^2 + 18x - 30 \\ &= -5x^2 + 20x - 34\end{aligned}$$

19. 다음 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (단, b 는 점선의 원주의 길이)



- ① ab ② $2ab$ ③ πab ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

해설

$$b = 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a)$$

어두운 부분의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \pi(a+r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a+2r) \\ &= a \{ \pi(a+2r) \} \\ &= ab \end{aligned}$$

20. 다음 중 옳은 것은?

- ① $5 \times 2^a = 320$ 일 때, $a = 5$ 이다.
- ② $3^2 \times 5^b = 225$ 일 때, $b = 3$ 이다.
- ③ $7 \times 3^c = 189$ 일 때, $c = 3$ 이다.
- ④ $2^d \times 5^2 = 100$ 일 때, $d = 3$ 이다.
- ⑤ $2^2 \times 3^e = 108$ 일 때, $e = 2$ 이다.

해설

- ① $5 \times 2^a = 320$ 일 때, $320 = 2^6 \times 5$, $a = 6$
- ② $3^2 \times 5^b = 225$ 일 때, $225 = 3^2 \times 5^2$, $b = 2$
- ③ $7 \times 3^c = 189$ 일 때, $189 = 3^3 \times 7$, $c = 3$
- ④ $2^d \times 5^2 = 100$ 일 때, $100 = 2^2 \times 5^2$, $d = 2$
- ⑤ $2^2 \times 3^e = 108$ 일 때, $108 = 2^2 \times 3^3$, $e = 3$

21. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 으로 정의한다. $n \times 14! = k^2$ (k 는 자연수)이기 위한 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 858

해설

$$n \times 14! = k^2$$

$$14! = 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \times (2 \times 7) \\ = 2^{11} \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2 \times 11 \times 13$$

주어진 식이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서는 소인수들의 지수가 짝수가 되어야 하므로 가장 작은 자연수 n 은

$$n = 2 \times 3 \times 11 \times 13 = 858$$

22. 자연수 n 을 7 로 나눈 나머지를 $f(n)$ 이라 정의할 때, $f(8^{12} \times 25^{18})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$8^{12} \times 25^{18} = (2^3)^{12} \times (5^2)^{18} = 2^{36} \times 5^{36} = 10^{36} \text{ 이므로 } f(8^{12} \times 25^{18}) = f(10^{36})$$

10 을 7 로 나눈 나머지는 3 이므로 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는

$$3^{36} = (3^2)^{18} = 9^{18} \text{ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.}$$

또, 9 를 7 로 나눈 나머지는 2 이므로 9^{18} 을 7 로 나눈 나머지는

$$2^{18} = (2^3)^6 = 8^6 \text{ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.}$$

또, 8 을 7 로 나눈 나머지는 1 이므로 8^6 을 7 로 나눈 나머지는

$$1^6 \text{ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.}$$

따라서 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는 1,

$$\text{즉 } f(10^{36}) = 1$$

23. 자연수 n 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{(-x)^n \times (-x)^{n+1} + x^{2n+1}}{27x^{2n+1}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & \frac{(-x)^n \times (-x)^{n+1} + x^{2n+1}}{27x^{2n+1}} \\ &= \frac{(-1)^n (-1)^{n+1} \times x^n x^{n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} \\ & (-1)^n (-1)^{n+1} \text{ 은 } n \text{ 이 짝수, 홀수일 때 모두 } -1 \text{ 이다. 따라서} \\ & \frac{(-1)^n (-1)^{n+1} \times x^n x^{n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} \\ &= \frac{(-1) \times x^{2n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} = -\frac{1}{27} + \frac{1}{27} = 0 \end{aligned}$$

24. $x : y : z = 6 : 4 : 9$ 일 때, $\frac{x(xy + yz) + y(yz + zx) + z(zx + xy)}{xyz}$ 의 값을 구하여라.

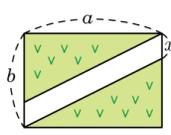
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{79}{12}$

해설

$$\begin{aligned} & x : y : z = 6 : 4 : 9 \text{ 에서} \\ & x = 6k, y = 4k, z = 9k \text{ 라 하면,} \\ & \frac{x(xy + yz) + y(yz + zx) + z(zx + xy)}{xyz} \\ &= \frac{x^2y + xyz + y^2z + xyz + xz^2 + xyz}{xyz} \\ &= \frac{x}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + 3 \\ &= \frac{6k}{9k} + \frac{4k}{6k} + \frac{9k}{4k} + 3 = \frac{79}{12} \end{aligned}$$

25. 직사각형 모양의 잔디밭 사이로 다음 그림과 같이 폭이 일정한 오솔길을 만들었다. 오솔길을 제외한 나머지 잔디밭의 넓이를 T 라고 할 때, b 를 a, x, T 에 대한 식으로 나타내면?



- ① $b = \frac{T}{a} + x$ ② $b = \frac{T+x}{a}$ ③ $b = \frac{T}{a} - x$
 ④ $b = \frac{a-x}{T}$ ⑤ $b = \frac{a+x}{T}$

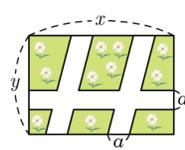
해설

$$T = a(b - x)$$

$$b - x = \frac{T}{a}$$

$$\therefore b = \frac{T}{a} + x$$

26. 다음 그림은 가로 길이가 x 이고 세로 길이가 y 인 직사각형 모양으로 생긴 꽃밭에 폭이 a 인 길을 만든 것이다. 이 꽃밭에서 길이 아닌 부분의 넓이를 x, y, a 를 사용하여 나타내면?



- ① $xy - ax - 2ay + 2a^2$ ② $xy - ax - ay + 2a^2$
 ③ $xy - ax - 2ay + a^2$ ④ $xy - ax - ay + a^2$
 ⑤ $xy + ax - ay + a^2$

해설

(직사각형의 넓이) = xy
 (길의 넓이) = $2ay + ax - 2a^2$
 따라서 색칠한 부분의 넓이는
 $xy - (2ay + ax - 2a^2) = xy - 2ay - ax + 2a^2$