

1. $\sqrt{24-x}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 x 의 개수는?

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$$\begin{aligned} 24-x &= 0, 1, 4, 9, 16 \\ \therefore x &= 24, 23, 20, 15, 8 \end{aligned}$$

2. 다음 중 $\sqrt{5}$ 와 3 사이의 무리수를 모두 고른 것은? (단, 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{5} = 2.236$ 이다.)

㉠ $\frac{\sqrt{5}+3}{2}$	㉡ $\sqrt{5} + \sqrt{2}$	㉢ $\sqrt{5} + 0.1$
㉤ $\sqrt{\frac{125}{20}}$	㉥ $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$	㉦ $\sqrt{5} + 0.9$
㉧ $\sqrt{7.5}$	㉨ $3 - \frac{\sqrt{5}}{3}$	

- ① ㉠, ㉢, ㉥, ㉧, ㉨
- ② ㉠, ㉢, ㉧, ㉨, ㉩
- ③ ㉡, ㉢, ㉧, ㉨, ㉩
- ④ ㉡, ㉤, ㉥, ㉧, ㉨
- ⑤ ㉤, ㉥, ㉧, ㉨, ㉩

해설

$\sqrt{5} < x < 3 \rightarrow 2.236 < x < 3$ 인 ‘무리수’

㉡ $\sqrt{5} + \sqrt{2} = 2.236 + 1.414 = 3.65 > 3$

㉤ $\sqrt{\frac{125}{20}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{5^2}{2^2}} = \frac{5}{2}$ 무리수가 아니다

㉥ $\frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{0.764}{2} < \sqrt{5}$

㉦ $\sqrt{5} + 0.9 = 2.236 + 0.9 = 3.136 > 3$

3. 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$ 의 한 근이 -4 이고, 다른 한 근이 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = -4$ 를 $x^2 + x + a = 0$ 에 대입하면
 $16 - 4 + a = 0$, $a = -12$ 이다.
 $x^2 + x - 12 = 0$ 에서 다른 한 근은 $x = 3$
 $x = 3$ 을 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 에 대입하면
 $b = -16$ 이다.
 $\therefore a - b = -12 + 16 = 4$

4. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $f(2)$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

$f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $x = 2$ 를 대입하면 $f(2) = 3$ 이다.

5. $5 - \sqrt{6}$ 의 소수 부분을 m 이라 할 때, $m^2 - 6m + 5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$2 < 5 - \sqrt{6} < 3$ 이므로
 $m = 5 - \sqrt{6} - 2 = 3 - \sqrt{6}$
 $m - 3 = -\sqrt{6}$ 의 양변을 제곱하면
 $m^2 - 6m + 9 = 6$
 $\therefore m^2 - 6m + 5 = 2$

6. 삼각형의 넓이가 $3a^2 + a - 10$ 이고 높이가 $3a - 5$ 일 때, 이 삼각형의 밑변의 길이는?

① $2a + 5$

② $4a - 3$

③ $4a + 3$

④ $2a - 3$

⑤ $2a + 4$

해설

$$S = \frac{1}{2} \times (\text{밑변}) \times (3a - 5)$$

$$3a^2 + a - 10 = (3a - 5)(a + 2) = \frac{1}{2} \times (\text{밑변}) \times (3a - 5)$$

따라서 밑변의 길이는 $(a + 2) \times 2 = 2a + 4$ 이다.

7. $a^2 - 8a - 9b^2 + 16$ 을 인수분해하면?

- ① $(a + 3b - 4)(a - 3b - 4)$ ② $(a + 3b + 4)(a - 3b - 4)$
③ $(a + 3b + 4)(a + 3b - 4)$ ④ $(a - 3b - 4)^2$
⑤ $(a + 3b + 4)(a - 3b + 4)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2 - 8a + 16 - 9b^2 \\&= (a - 4)^2 - (3b)^2 \\&= (a + 3b - 4)(a - 3b - 4)\end{aligned}$$

8. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{6}$

③ $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{6}$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

② $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

해설

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 3 \times (-2)}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

9. 다음 이차함수 중에서 최솟값이 가장 작은 것은?

① $y = 2x^2$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = 2x^2 + 4x + 7$

④ $y = 7x^2 - 2$

⑤ $y = \frac{1}{3}(x+3)^2 - 5$

해설

① $y = 2x^2$: 최솟값은 0 이다.

② $y = x^2 + 2x + 1, y = (x+1)^2$: 최솟값은 0 이다.

③ $y = 2x^2 + 4x + 7 = y = 2(x+1)^2 + 5$: 최솟값은 5 이다.

④ $y = 7x^2 - 2$: 최솟값은 -2 이다.

⑤ $y = \frac{1}{3}(x+3)^2 - 5$: 최솟값은 -5

10. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+3)(x-2)$ 의 그래프에서 최댓값은?

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{11}{12}$ ③ $\frac{17}{12}$ ④ $\frac{25}{12}$ ⑤ $\frac{31}{12}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x+3)(x-2) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2+x-6) \\ &= -\frac{1}{3}\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{12} \end{aligned}$$

$x = -\frac{1}{2}$ 일 때 최댓값은 $\frac{25}{12}$ 이다.

11. 이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖는다.
 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -1

해설

이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값이 -2

이므로

$$y = (x - 4)^2 - 2 = x^2 - 8x + 14 = x^2 + bx - a + 16$$

$$\therefore a = 2$$

12. $b < 0 < a < 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$
- ② $\sqrt{(2-a)^2} = a-2$
- ③ $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = 0$
- ④ $\sqrt{b^2} + |b| = -2b$
- ⑤ $\sqrt{(b-2)^2} = b-2$

해설

- ① $a < 2$ 이므로
 $\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2) = -a+2$
- ② $a < 2$ 이므로
 $\sqrt{(2-a)^2} = 2-a$
- ③ $b < a$ 이므로
 $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = a-b - (b-a) = 2a-2b$
- ⑤ $b < 2$ 이므로
 $\sqrt{(b-2)^2} = -(b-2) = -b+2$

13. $x, y > 0$ 이고 $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126$, $2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$ 일 때, 상수 $\frac{1}{x} \times y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} &= \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6} \\ &= \sqrt{18 \times 18 \times x^2} \\ &= 18x \end{aligned}$$

$$18x = 126$$

$$\therefore x = 7$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} &= \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y} \\ &= \sqrt{6^2 \times 14 \times y} \\ &= 6\sqrt{14y} \end{aligned}$$

$$6\sqrt{14y} = 84$$

$$\sqrt{14y} = 14, y = 14$$

$$\therefore \frac{1}{x} \times y = \frac{1}{7} \times 14 = 2$$

14. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$ 이다.

$$\therefore k = 60$$

15. $6x^2 - 13xy - 5y^2 = 0$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $xy > 0$)

① $\frac{11}{10}$

② $\frac{13}{10}$

③ $\frac{17}{10}$

④ $\frac{23}{10}$

⑤ $\frac{29}{10}$

해설

등식을 y^2 으로 나누면, $\frac{6x^2}{y^2} - \frac{13x}{y} - 5 = 0$

$\frac{x}{y} = t$ 로 치환하면 $6t^2 - 13t - 5 = 0$

$(2t - 5)(3t + 1) = 0 \quad \therefore t = \frac{5}{2} (\because xy > 0)$

$\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{29}{10}$

16. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 점 $(-5, -7)$ 일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서 a 값이 가질 수 있는 범위는?

① $a \leq -\frac{3}{4}$
④ $a \leq \frac{7}{25}$

② $a \geq -\frac{3}{4}$
⑤ $0 < a \leq \frac{7}{5}$

③ $a \geq \frac{7}{25}$

해설

$$y = a(x + 5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a$$

$$(y\text{절편}) \geq 0$$

$$-7 + 25a \geq 0$$

$$\therefore a \geq \frac{7}{25}$$

17. $-2 < x < y < -1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열하여라.

㉠ $\sqrt{(3-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-3)^2}$	㉢ $\sqrt{(1+y)^2}$
㉤ $-(\sqrt{-y})^2$	㉥ $-\sqrt{(y-3)^2}$	㉦ $\sqrt{(x-1)^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉦

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ : $3-x, 4 < 3-x < 5$
㉡ : $x-3, -5 < x-3 < -4$
㉢ : $-y-1, 0 < -y-1 < 1$
㉤ : $y, -2 < y < -1$
㉥ : $y-3, -5 < y-3 < -4$
㉦ : $-x+1, 2 < -x+1 < 3$
㉡, ㉥ 에서 $x < y$ 이므로 $x-3 < y-3$

18. $\left(1 - \frac{1}{6^2}\right)\left(1 - \frac{1}{7^2}\right)\left(1 - \frac{1}{8^2}\right)\cdots\left(1 - \frac{1}{14^2}\right)\times\left(1 - \frac{1}{15^2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{9}$

해설

$$1 - \frac{1}{a^2} = \left(1 + \frac{1}{a}\right)\left(1 - \frac{1}{a}\right) \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{5}{6} \times \frac{7}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{7} \times \cdots \times \frac{14}{15} \times \frac{16}{15} \\ &= \frac{5}{6} \times \frac{16}{15} = \frac{8}{9} \end{aligned}$$

19. 이차방정식 $\frac{a-3}{2}x^2 + ax + a + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 정수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\frac{a-3}{2}x^2 + ax + a + 2 = 0$ 에서

$(a-3)x^2 + 2ax + 2a + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - (a-3)(2a+4) > 0$$

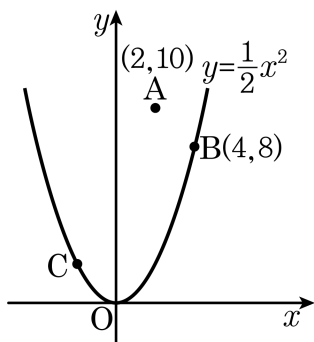
$$a^2 - 2a - 12 < 0$$

$$\therefore 1 - \sqrt{13} < a < 1 + \sqrt{13} \text{ (단, } a \neq 3 \text{)}$$

$$\therefore 1 - \sqrt{13} < a < 3 \text{ 또는 } 3 < a < 1 + \sqrt{13}$$

이때 정수 a 의 최솟값은 $1 - \sqrt{13} < -2$ 이므로 $a = -2$ 이다.

20. 정점 A(2,10), B(4,8)에 대하여 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 점 C를 잡고 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형 ABC를 만들 때, 점 C의 y좌표를 p 라 하자. 또 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 점 D를 잡아서, $\overline{AD} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형 ABD를 만들 때, 점 D의 y좌표를 q 라 하자. 이 때, $p + (q - 7)^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

직선 AB의 방정식은 $y = -x + 12$
따라서, 직선 AB에 수직인 직선 BC는 점 (4, 8)을 지나고, 기울기 1인 직선이다.

$$\therefore y = x + 4$$

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4, x^2 - 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

점 C의 x좌표가 -2이므로

$$y\text{좌표는 } \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2 = p$$

$\overline{AB}$ 의 중점 (3, 9)를 지나고 기울기가 1인 직선의 방정식은

$$y = x + 6 \text{ 이다. } \frac{1}{2}x^2 = x + 6x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{1 - (-12)} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$y = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{13})^2$$

$$= \frac{1}{2}(14 \pm 2\sqrt{13}) = 7 \pm \sqrt{13} = q$$

$$\therefore p + (q - 7)^2 = 2 + 13 = 15$$