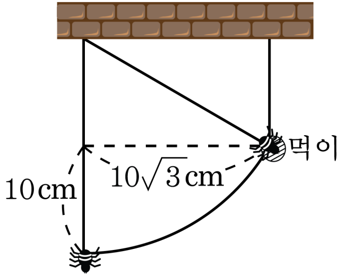
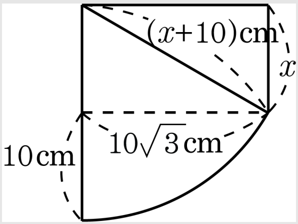
1. 천정에 매달려 있던 거미가 먹이를 먹기 위해 그림과 같이 움직였습니다. 먹이가 천정으로부터 떨어져 있는 거리는?



① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설



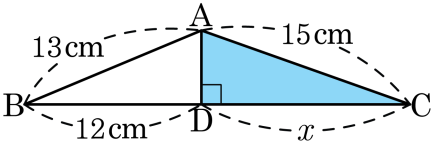
간단하게 그리면 위의 그림과 같으므로 피타고라스 정리에 의해

$x^2 + (10\sqrt{3})^2 = (x+10)^2$ 이므로,

$300 = 20x + 100$

$\therefore x = 10$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\triangle$ADC 의 넓이는?



① $25\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $20\,\mathrm{cm}^2$ ③ $10\sqrt{5}\,\mathrm{cm}^2$

④ $25\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $10\sqrt{10}\,\mathrm{cm}^2$

해설

삼각형 ABD 에서 피타고라스 정리에 따라

$13^2 = 12^2 + \overline{\mathrm{AD}}^2$

$\overline{\mathrm{AD}} > 0$ 이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = 5\,\mathrm{cm}$

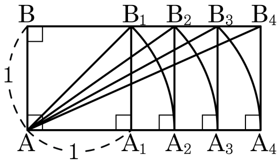
삼각형 ADC 에서 피타고라스 정리에 따라

$5^2 + x^2 = 15^2$

$x > 0$ 이므로 $x = 10\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

따라서 $\triangle$ADC 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 5 \times 10\sqrt{2} = 25\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB_1} = \overline{AA_2}$, $\overline{AB_2} = \overline{AA_3}$, $\overline{AB_3} = \overline{AA_4}$ 일 때, $\dfrac{\overline{AB_4}}{\sqrt{5}}$ 의 값을 구하면?



① 1 ② 2 ③ 3

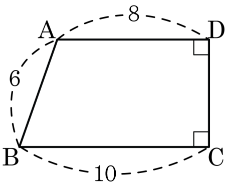
④ 4 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

$\overline{AB_4} = \sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2+1^2} = \sqrt{5}$ 이다.

따라서 $\dfrac{\overline{AB_4}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1$ 이다.

4. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 의 높이 $\overline{CD}$ 의 길이는?



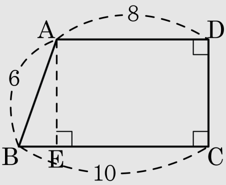
① $3\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $7\sqrt{2}$

해설

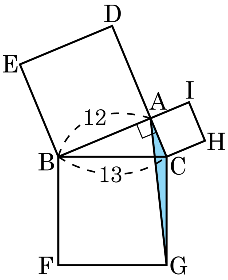
그림과 같이 $\overline{DC}$에 평행하면서 점 A를 지나는 직선을 긋고 $\overline{BC}$와의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{BE} = 2$

$\triangle ABE$에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AE} = \sqrt{36-4} = 4\sqrt{2}$



5. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세 변 AB, BC, CA 를 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸다. $\overline{AB} = 12$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, $\triangle AGC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{2}$

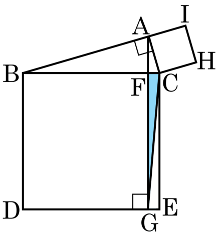
해설

$\overline{AC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ 이고,

$\triangle AGC \equiv \triangle HBC$ (SAS 합동) 이므로

$$\triangle AGC \equiv \triangle HBC = \triangle HAC = \frac{1}{2}\square ACHI$$
$$= \frac{1}{2} \times 25 = \frac{25}{2}$$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형이고 $\square BDEC$ 는 정사각형이다. $\overline{AG} \perp \overline{DE}$ 이고, $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 25$ 일 때, $\triangle FGC$ 의 넓이는 얼마인가?



① 48　② $\frac{49}{2}$　③ 50

④ $\frac{51}{2}$　⑤ 52

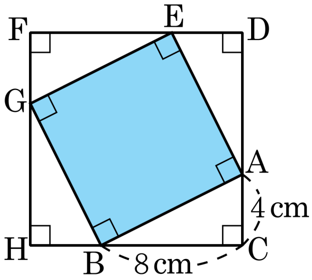
해설

$\overline{AC} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$ 이므로 $\square ACHI = 49$

$\triangle FGC = \triangle ECF = \triangle ACH = \frac{1}{2}\square ACHI$ 이므로

$\triangle FGC = \frac{1}{2} \times 49 = \frac{49}{2}$ 이다.

7. 다음 그림의 □FHCD 는 △ABC 와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. □BAEG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

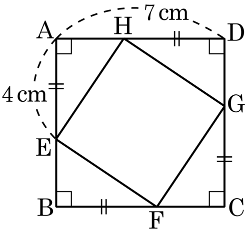
▷ 정답 : 80 cm^2

해설

$\overline{\text{AB}} = \sqrt{8^2+4^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$\square\text{BAEG} = (4\sqrt{5})^2 = 80\ (\text{cm}^2)$

8. 다음 그림과 같은 정사각형에서 $\overline{EH}$ 의 길이는?



① 3 cm ② 4 cm ③ $3\sqrt{2}$ cm

④ $4\sqrt{2}$ cm ⑤ 5 cm

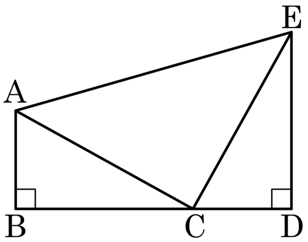
해설

$\triangle AEH \equiv \triangle EBF \equiv \triangle FCG \equiv \triangle GDH$ 이므로

□EFGH 는 정사각형이다.

$\overline{AH} = 3$ cm이므로 $\overline{EH} = 5$ cm

9. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{DE} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?



① 49 ② 50 ③ 51 ④ 52 ⑤ 53

해설

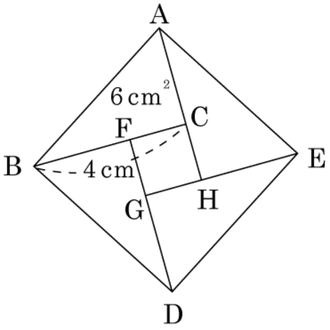
$\overline{AB} = 5$, $\overline{DE} = \overline{BC} = 9$ 이므로

$\overline{AC} = \sqrt{25+81} = \sqrt{106}$ 이다.

$\triangle ACE$ 이 $\angle ACE = 90°$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\triangle ACE = \frac{1}{2} \times \sqrt{106} \times \sqrt{106} = 53$

따라서 $\triangle ACE = 53$ 이다.

10. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE를 만든 것이다. $\triangle ABC = 6\,\mathrm{cm}^2$이고, $\overline{BC} = 4\,\mathrm{cm}$일 때, 다음 중 $\overline{AC}$의 길이, $\overline{CH}$의 길이, $\square FGHC$의 넓이를 차례대로 나타낸 것은?



① $2\,\mathrm{cm},\ 2\,\mathrm{cm},\ 1\,\mathrm{cm}^2$

② $3\,\mathrm{cm},\ 1\,\mathrm{cm},\ 1\,\mathrm{cm}^2$

③ $3\,\mathrm{cm},\ 2\,\mathrm{cm},\ 1\,\mathrm{cm}^2$

④ $3\,\mathrm{cm},\ 3\,\mathrm{cm},\ 2\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $4\,\mathrm{cm},\ 3\,\mathrm{cm},\ 2\,\mathrm{cm}^2$

해설

$6\,\mathrm{cm}^2 = \frac{1}{2} \times 4\,\mathrm{cm} \times \overline{AC}$이므로 $\overline{AC} = 3\,\mathrm{cm}$

$\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = 4\,\mathrm{cm} - 3\,\mathrm{cm} = 1\,\mathrm{cm}$

$\square FGHC$의 넓이는 $1\,\mathrm{cm} \times 1\,\mathrm{cm} = 1(\mathrm{cm}^2)$

11. 다음 중 직각삼각형을 모두 골라라.

㉠ $5\,\text{cm},\ 6\,\text{cm},\ 9\,\text{cm}$	㉡ $9\,\text{cm},\ 12\,\text{cm},\ 15\,\text{cm}$
㉢ $4\,\text{cm},\ 4\sqrt{3}\,\text{cm},\ 6\,\text{cm}$	㉣ $5\,\text{cm},\ 12\,\text{cm},\ 13\,\text{cm}$
㉤ $10\,\text{cm},\ 16\,\text{cm},\ 20\,\text{cm}$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $9^2 > 5^2 + 6^2$
㉡ $15^2 = 9^2 + 12^2$
㉢ $(4\sqrt{3})^2 < 4^2 + 6^2$
㉣ $13^2 = 5^2 + 12^2$
㉤ $20^2 > 10^2 + 16^2$

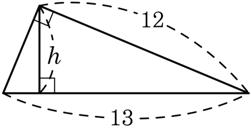
12. 각 변의 길이가 $(x-2)$cm, $x$cm, 8cm 인 직각삼각형이 있다. 이 때, x의 값을 바르게 짝지어진 것은?

① $16, \sqrt{31}$ ② $16, 1+\sqrt{31}$ ③ $17, -1+\sqrt{31}$
④ $17, 1+\sqrt{31}$ ⑤ $18, -1+\sqrt{31}$

해설

(i)$x \geq 8$ 일 때
$x^2 = (x-2)^2 + 64$
$x^2 = x^2 - 4x + 4 + 64$
$4x = 68$
$\therefore x = 17$
(ii)$x < 8$ 일 때
$64 = (x-2)^2 + x^2$
$64 = x^2 - 4x + 4 + x^2$
$2x^2 - 4x - 60 = 0$
$\therefore x = 1 + \sqrt{31}(\because x > 0)$

13. 다음은 빗변을 밑변으로 하는 직각삼각형이다. 높이 h 를 구하여라.



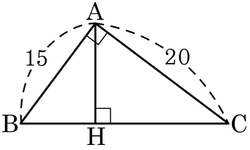
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{60}{13}$

해설

직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해 길이가 주어지지 않은 변의 길이는 5 이다.
주어진 직각삼각형의 넓이는 두 가지 방법으로 구할 수 있고, 이는 서로 같다.
즉, $12 \times 5 = 13h$ 이므로 $h = \frac{60}{13}$

14. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB} = 15$, $\overline{AC} = 20$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

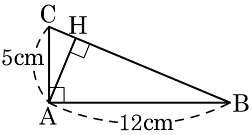
해설

$\overline{BC} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25$

$25 \times \overline{AH} = 15 \times 20$

$\therefore \overline{AH} = 12$

15. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발이 H 라 할 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $\frac{144}{13}$ cm

해설

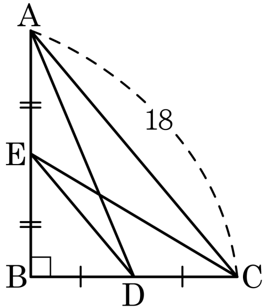
$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{BC} = 13\,\mathrm{cm}$

$\overline{BH} = x$ 라 하자.

닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$12^2 = 13x$ 이므로 $x = \frac{144}{13}(\mathrm{cm})$ 이다.

16. 다음 그림에서 $\angle B = 90^\circ$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\overline{AC} = 18$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

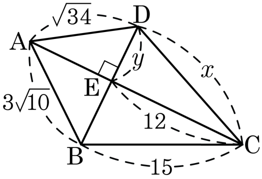
▷ 정답 : 405

해설

$\overline{BE} = x,\ \overline{BD} = y$ 라고 두자.
$\triangle ABC$ 에서
$18^2 = (2x)^2 + (2y)^2,\ x^2 + y^2 = 81$ 이 된다.
$\overline{AD}^2 = (2x)^2 + y^2,\ \overline{CE}^2 = x^2 + (2y)^2$

$$\begin{aligned}\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2 &= 5x^2 + 5y^2 = 5(x^2 + y^2)\\ &= 5 \cdot 81 = 405\end{aligned}$$

17. 다음 그림의 □ABCD 에서 $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

대각선이 직교하는 사각형이므로 두 쌍의 대변의 제곱끼리의 합이 서로 같다.

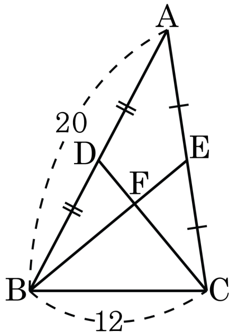
$(\sqrt{34})^2+15^2=(3\sqrt{10})^2+x^2$

$\therefore\ x=13$

$y=\sqrt{13^2-12^2}=5$

$\therefore\ x+y=18$

18. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 20$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 6$ 이다.

□DBCE 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

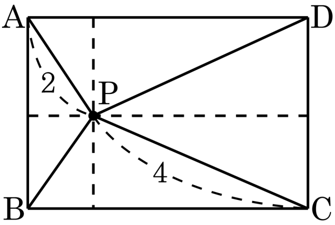
$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$

$100 + \overline{EC}^2 = 36 + 144$

$\therefore \overline{EC} = 4\sqrt{5} (\because \overline{EC} > 0)$

$\therefore \overline{AC} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

19. 정사각형 ABCD 의 내부의 한 점 P 를 잡아 A, B, C, D 와 연결할 때, $\overline{AP} = 2$, $\overline{CP} = 4$ 이면, $\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 의 값은?

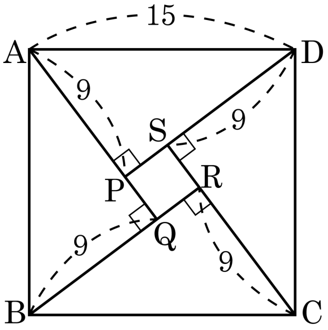


① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

$\overline{BP^2} + \overline{DP^2} = 2^2 + 4^2 = 20$

20. □ABCD 는 한 변의 길이가 15 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 9$ 일 때, □PQRS 의 넓이로 적절한 것은?



① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 11

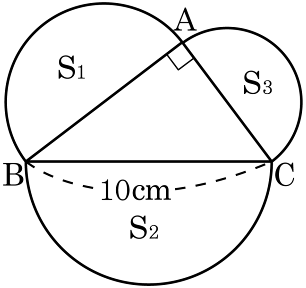
해설

$\overline{AQ} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = 12$

$\overline{PQ} = 12 - 9 = 3$

□PQRS 는 정사각형이므로 넓이는 $3 \times 3 = 9$

21. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1 + S_2 + S_3$ 의 값을 구하면?



① $10\pi\text{cm}^2$ ② $15\pi\text{cm}^2$ ③ $20\pi\text{cm}^2$

④ $25\pi\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\text{cm}^2$

해설

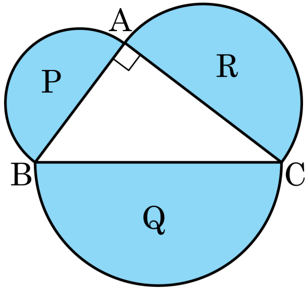
$S_1 + S_3 = S_2$

$S_1 + S_2 + S_3 = 2S_2$

$\therefore 2 \times \pi \times 5^2 \times \dfrac{1}{2} = 25\pi(\text{cm}^2)$

22. 다음 보기에 주어진 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 하자.

보기



$\mathrm{P} = \frac{9}{2}\pi\mathrm{cm}^2, \mathrm{Q} = \frac{25}{2}\pi\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이를 구하면?

① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\mathrm{R} = \mathrm{Q} - \mathrm{P}$ 이다.

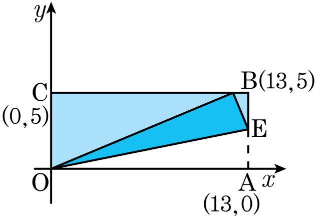
$\mathrm{R} = \frac{25}{2}\pi - \frac{9}{2}\pi = 8\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이므로

$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{2}\right)^2 = 8\pi$ 에서

$\overline{\mathrm{AC}^2} = 64$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{AC}} = 8\mathrm{cm}(\because \overline{\mathrm{AC}} > 0)$ 이다.

23. 좌표평면 위의 직사각형 OABC 를 그림과 같이 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 D 에 오도록 접었을 때, 점 E 의 좌표는?



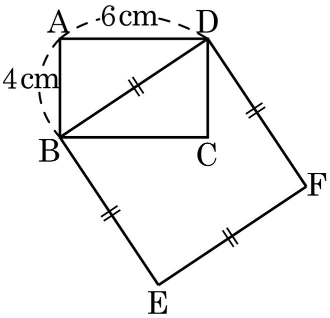
① $(13, 3)$ ② $\left(13, \dfrac{12}{5}\right)$ ③ $(13, 4)$

④ $(13, 5)$ ⑤ $\left(13, \dfrac{13}{5}\right)$

해설

점 E 를 $(13, a)$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{DE} = a$, $\overline{BE} = 5 - a$ 이다.
$\overline{OA} = \overline{OD} = 13$ 이고 $\overline{OC} = 5$ 이므로 $\overline{CD} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ 이다.
따라서 $\overline{DB} = 1$ 이므로 $\triangle BDE$ 에서
$1^2 + (5 - a)^2 = a^2$ 이다.
$a = \dfrac{13}{5}$ 이므로 점 E 는 $\left(13, \dfrac{13}{5}\right)$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 가로가 6cm , 세로가 4cm 인 직사각형의 대각선을 한 변으로 하는 정사각형이 있을 때, 정사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 52 cm^2

해설

사각형 ABCD 의 대각선의 길이는

$\sqrt{6^2+4^2} = \sqrt{52}(cm)$

한 변의 길이가 $\sqrt{52}cm$ 인 정사각형의 넓이는

$\sqrt{52} \times \sqrt{52} = 52(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

25. 어떤 전자제품 회사에서 기존에 가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 4 : 3 인 모니터만을 생산하다가, 디자인적인 측면을 강화하기 위해 대각선의 길이는 유지하면서 가로와 세로의 비율이 $6:\sqrt{14}$ 인 모니터를 생산하였다. 새로운 모니터의 가로와 세로의 길이를 각각 $a\sqrt{b}$, $c\sqrt{d}$ 라고 할 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. (단, b, d는 최소의 자연수)

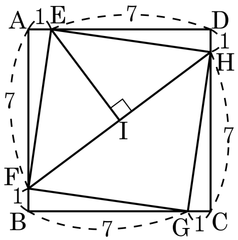
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 4 : 3 인 모니터의 대각선의 길이는 20 인치이다.
새로운 모니터의 가로의 길이를 $6x$, 세로의 길이를 $\sqrt{14}\,x$ 라고 하면
피타고라스 정리에 따라
$(6x)^2+(\sqrt{14}x)^2=20^2$
$50x^2=400$
$x>0$ 이므로 $x=2\sqrt{2}$
따라서 가로의 길이는 $6\times2\sqrt{2}=12\sqrt{2}$(인치)
세로의 길이는 $\sqrt{14}\times2\sqrt{2}=4\sqrt{7}$(인치)
이므로 $a+b+c+d=25$ 이다.

26. 한 변의 길이가 8 인 정사각형 ABCD 의 각 변에 다음과 같이 E, F, G, H 를 잡을 때, $\overline{\mathrm{EI}}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

네 직각삼각형이 서로 합동이므로 □EFGH 는 정사각형이다.

$\overline{\mathrm{FG}} = \overline{\mathrm{GH}} = \sqrt{1^2 + 7^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$\therefore \ \overline{\mathrm{FH}} = \sqrt{\left(5\sqrt{2}\right)^2 + \left(5\sqrt{2}\right)^2} = 10$

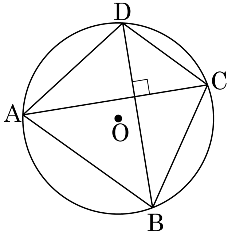
$\overline{\mathrm{EI}} = x$ 라고 하면, 삼각형 EFH 에서

$\frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 10 \times x$

$5x = 25$

따라서, $x = 5$ 이다.

27. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 는 원 O 에 내접하고, 대각선 AC, BD 는 직교한다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.

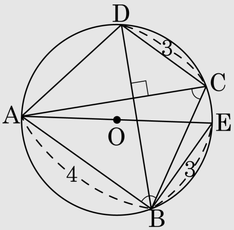


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\dfrac{25}{4}\pi\ \underline{\text{cm}^2}$

해설

점 A 에서 원의 중심 O 를 지나는 지름을 그으면



사각형 BECD 는 등변사다리꼴이므로

$\overline{BE} = \overline{CD} \cdots$ ㉠

또한 삼각형 ABE 에서 ∠ABE 는 지름에 대한 원주각으로 90° 이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2 + \overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AE}^2$

$4^2 + 3^2 = \overline{AE}^2$

$\therefore\ \overline{AE} = 5(\text{cm})$

따라서 반지름이 $\dfrac{5}{2}\text{cm}$ 이므로

원의 넓이는 $\dfrac{25}{4}\pi\ (\text{cm}^2)$ 이다.

28. 넓이가 $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 인 정삼각형의 높이를 구하면?

① $3\sqrt{6}\,\text{cm}$ ② $6\sqrt{6}\,\text{cm}$ ③ $3\sqrt{2}\,\text{cm}$
④ $6\sqrt{2}\,\text{cm}$ ⑤ $6\sqrt{3}\,\text{cm}$

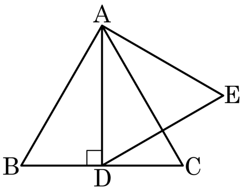
해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라 하면,

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 18\sqrt{3},\ a^2 = 72,\ a = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$

따라서 높이 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{2} = 3\sqrt{6}\,(\text{cm})$ 이다.

29. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC 의 높이 AD 를 한 변으로 하는 정삼각형 ADE 의 넓이가 $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, △ABC 의 넓이를 구하면?



① $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ② $16\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $16\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ④ $12\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $12\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\sqrt{\mathrm{AD}} = h\,\mathrm{cm}$라 하면,

$\triangle\mathrm{ADE}$ 의 넓이$= \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times h^2 = 12\sqrt{3}$

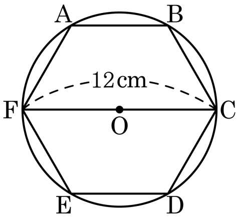
따라서, $h = 4\sqrt{3}$

$\triangle\mathrm{ABC}$ 의 한 변을 $x\,(\mathrm{cm})$ 로 두면,

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}x = 4\sqrt{3}$ 이므로 $x = 8$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 16\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 지름이 12 cm 인 원에 내접하는 정육각형의 넓이를 $a\sqrt{b}\,\text{cm}^2$ 라고 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, b는 최소의 자연수이다.)



① 16 ② 18 ③ 20

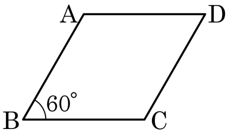
④ 22 ⑤ 24

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 \times 6 = 54\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$

$$\therefore\ \frac{a}{b} = \frac{54}{3} = 18$$

31. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\angle B = 60°$ 이고, 넓이가 $24\sqrt{3}$ 일 때, □ABCD 의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3}$

해설

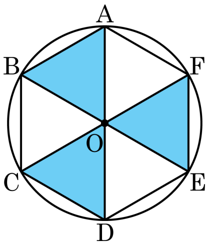
점 A 와 점 C 를 이으면 △ABC 의 넓이는 $12\sqrt{3}$

△ABC 는 정삼각형이므로 한 변의 길이를 a 라고 하면, 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 12\sqrt{3}$, $a^2 = 48$

$\therefore\ a = 4\sqrt{3}$

32. 다음 그림에서 반지름의 길이가 6 cm 인 원 O 의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (색칠한 부분은 $\triangle AOB + \triangle FOE + \triangle COD$ 이다.)



① $24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

② $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $12\,\text{cm}^2$

④ $27\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

⑤ $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

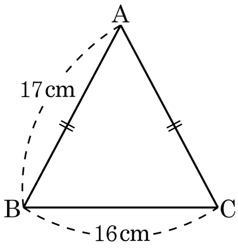
$\triangle AOB$ 는 길이가 6 cm 인 정삼각형이므로

$$\triangle AOB = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$9\sqrt{3} \times 3 = 27\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ 이다.

33. 다음 그림과 같은 이등변 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

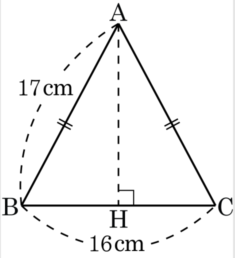


▶ 답 :

▷ 정답 : 120

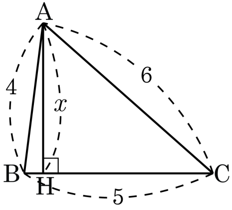
해설

점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면 $\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$



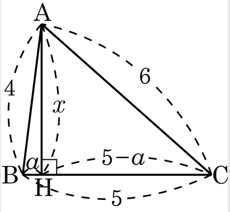
$\therefore \triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2} \times 15 \times 16 = 120$

34. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 4, 5, 6 인 삼각형 ABC 의 높이 x 는?



① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{7}$ ③ $3\sqrt{7}$ ④ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

해설



$\overline{BH} = a$ 라 두면 $\overline{CH} = 5 - a$

$4^2 - a^2 = 6^2 - (5-a)^2, \quad \therefore a = \frac{1}{2}$

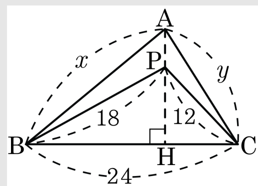
$\therefore \overline{AH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{63}{4}} = \frac{3\sqrt{7}}{2}$

35. $\overline{BC}=24$, $\overline{AB}-\overline{AC}=5$ 인 삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 AH 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{BP}=18$, $\overline{CP}=12$ 일 때 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설



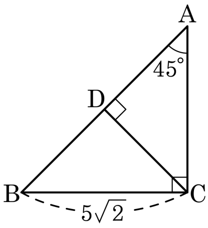
다음 그림과 같이 변 AB 의 길이를 x , 변 AC 의 길이를 y 라 하면 $x-y=5$
선분 BH 의 길이를 a 라 하면 선분 HC 는 $24-a$ 이다.
$\triangle$ABH 에서 $\overline{AH}^2=x^2-a^2$
$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH}^2=y^2-(24-a)^2$
$\therefore\ x^2-a^2=y^2-(24-a)^2\cdots$①

$\triangle$PBH 에서 $\overline{PH}^2=18^2-a^2$
$\triangle$PHC 에서 $\overline{PH}^2=12^2-(24-a)^2$
$\therefore\ 18^2-a^2=12^2-(24-a)^2\cdots$②
① − ② 를 하면 $x^2-18^2=y^2-12^2$
$\therefore\ x^2-y^2=18^2-12^2=180=(x+y)(x-y)$
이때 $x-y=5$

$$\therefore\ x+y=\frac{180}{5}=36$$

따라서 삼각형의 둘레의 길이는 $36+24=60$ 이다.

36. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$ 이고 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 이다. $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 10 ② 5 ③ $5\sqrt{2}$ ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ 20

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이다.

$\overline{AB} : \overline{BC} = \sqrt{2} : 1$

$\overline{AB} : 5\sqrt{2} = \sqrt{2} : 1$

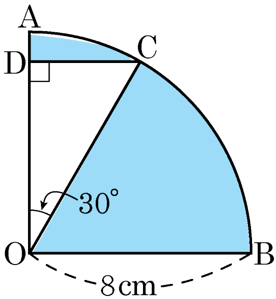
$\therefore \overline{AB} = 10$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 10 \times \overline{CD} \times \frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{CD} = 5$ 이다.

37. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8cm 인 사분원에서 $\angle COA = 30°$ 이고 $\overline{CD} \perp \overline{OA}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는 ?



① $(15\pi - 7\sqrt{3})cm^2$ ② $(15\pi - 8\sqrt{3})cm^2$

③ $(15\pi - 9\sqrt{3})cm^2$ ④ $(16\pi - 7\sqrt{3})cm^2$

⑤ $(16\pi - 8\sqrt{3})cm^2$

해설

사분원의 넓이 $= 8^2\pi \times \frac{1}{4} = 16\pi(cm^2)$

$\triangle ODC$ 에서 $\overline{OC} : \overline{DC} : \overline{DO} = 2 : 1 : \sqrt{3}$

$\overline{OD} = 4\sqrt{3}cm$, $\overline{CD} = 4cm$

$\triangle ODC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 = 8\sqrt{3}$

색칠한 부분의 넓이 $= (16\pi - 8\sqrt{3})cm^2$

38. 다음 중 원점 $\mathrm{O}(0,0)$와의 거리가 가장 먼 점은?

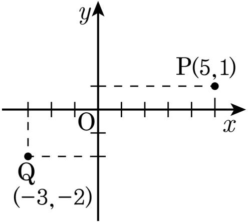
① $\mathrm{A}(-1,\ -2)$ ② $\mathrm{B}(1,\ -1)$ ③ $\mathrm{C}(2,\ 3)$

④ $\mathrm{D}(\sqrt{2},\ 1)$ ⑤ $\mathrm{E}(-2,\ -1)$

해설

① $\sqrt{5}$
② $\sqrt{2}$
③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{3}$
⑤ $\sqrt{5}$

39. 다음 그림에서 두 점 P(5, 1), Q(−3, −2) 사이의 거리는?



① $\sqrt{5}$　② 5　③ $\sqrt{73}$　④ $\sqrt{65}$　⑤ 11

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{\{5-(-3)\}^2 + \{1-(-2)\}^2}$$
$$= \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{73}$$

40. 좌표평면 위의 점 $A(0,\ 3)$, $P(x,\ 0)$, $Q(x,\ -1)$, $B(4,\ -2)$ 에 대하여 $\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2}+1$

해설

점 B 를 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 점을 B' 라 하면 $B'(4,\ -1)$

점 A 와 B' 을 이은 선분이 x 축과 만나는 점을 P 로 잡으면 $\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}$ 가 최소가 된다.

이때, $\overline{AB'}=\overline{AP}+\overline{QB}$ 이므로 구하는 최솟값은

$\overline{AB'}+\overline{PQ}=\sqrt{(4-0)^2+(-1-3)^2}+1=4\sqrt{2}+1$ 이다.