1. 영이의 4 회에 걸친 음악 성적이 90, 84, 88, 94 이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 90 점 되겠는가?

① 88 점 ② 90 점 ③ 92 점 ④ 94 점 ⑤ 96 점

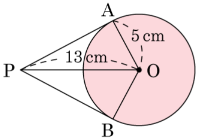
해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

(평균) $= \dfrac{90+84+88+94+x}{5} = 90$, $\dfrac{356+x}{5} = 90$, $356+x = 450$ $\therefore$ $x = 94$

따라서 94 점을 받으면 평균90 점이 될 수 있다.

2. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{PO} = 13\text{cm}, \overline{OA} = 5\text{cm}$ 일 때, □APBO 의 둘레의 길이를 구하여라.



① 12cm ② 17cm ③ 18cm ④ 28cm ⑤ 34cm

해설

$\overline{AP} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12, \overline{AP} = \overline{BP}, \overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

(사각형APBO의둘레의 길이) $= \overline{AP} + \overline{BP} + \overline{OA} + \overline{OB} = 2 \times 12 + 2 \times 5 = 34\,(\text{cm})$

3. $a > 0$, $b < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a)^2} + \sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(5b)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a - 5b$ ② $a + 5b$ ③ $3a - 5b$

④ $3a + 5b$ ⑤ $5a - 5b$

해설

$2a + a - (-5b) = 3a + 5b$

4. 이차함수 $y = x^2 + 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(1,\ 3)$, $(-1,\ b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 $(1,\ 3)$ 을 지나므로 $x = 1$, $y = 3$ 을 대입하면

$3 = 1^2 + 3 \times 1 + a,\quad a = -1 \quad \therefore\ y = x^2 + 3x - 1$

점 $(-1,\ b)$ 를 지나므로 $x = -1,\ y = b$ 를 대입하면

$b = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 1 = -3 \quad \therefore b = -3$

따라서 $a = -1,\ b = -3$ 이므로 $ab = (-1) \times (-3) = 3$ 이다.

5. 포물선의 모양이 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 같고 , 꼭짓점의 좌표가 $(1, -4)$ 인 이차함수의 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 합 $a+p+q$ 의 값은?

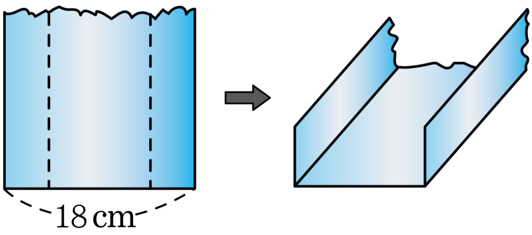
① $\frac{3}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

포물선의 모양이 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 같고 꼭짓점의 좌표가 $(1, -4)$ 인 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 4$ 이므로

$a = -\frac{1}{2}$, $p = 1$, $q = -4$ 이고, $a+p+q = -\frac{1}{2} + 1 + (-4) = -\frac{7}{2}$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 너비가 18cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 되도록 하려면 물받이의 높이를 얼마로 해야 하는가?



① 4.5 cm　② 4.0 cm　③ 3.8 cm
④ 3.6 cm　⑤ 3.4 cm

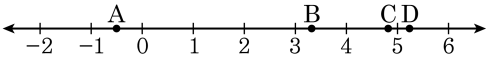
해설

물받이의 높이를 x 라 할 때,
단면의 넓이는 $y = x(18 - 2x)$

$$y = -2x^2 + 18x = -2\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{2}$$

따라서 $x = \frac{9}{2}$(cm) 일 때, 최대값 $\frac{81}{2}$(cm^2)를 갖는다.

7. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $4\sqrt{3}-2$, $2\sqrt{5}-5$, $10-3\sqrt{5}$, $\sqrt{27}$이다. 점 A에 대응하는 수를 a, 점 B에 대응하는 수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하면?



① $3\sqrt{3}-3\sqrt{5}+10$

② $4\sqrt{3}+2\sqrt{5}-7$

③ $3\sqrt{3}+2\sqrt{5}-5$

④ $5-\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{3}-2$

해설

$4\sqrt{3}-2=\sqrt{48}-2 \fallingdotseq 4.\times\times\times : \mathrm{C}$

$2\sqrt{5}-5=\sqrt{20}-5 \fallingdotseq -0.\times\times\times : \mathrm{A}$

$10-3\sqrt{5}=10-\sqrt{45} \fallingdotseq 3.\times\times\times : \mathrm{B}$

$\sqrt{27} \fallingdotseq 5.\times\times\times : \mathrm{D}$

$a=2\sqrt{5}-5, b=10-3\sqrt{5}$

$\therefore a+b=\left(2\sqrt{5}-5\right)+\left(10-3\sqrt{5}\right)=5-\sqrt{5}$

8. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x + 4a} + \sqrt{x - 4a + 8}$ 을 간단히 하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\sqrt{x} = a - 1$ 의 양변을 제곱하면 $x = (a-1)^2$

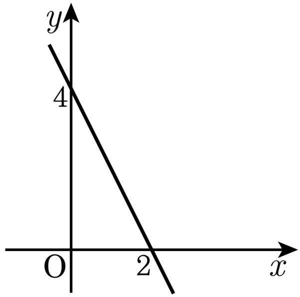
$\sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$

$= \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$

$= |a+1| + |a-3|$

$= a + 1 - a + 3 = 4$

9. $y + ax + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차를 구하면?



① 2　　② -2　　③ $\sqrt{5}$

④ $2\sqrt{5}$　　⑤ $-2\sqrt{5}$

해설

두 점 $(0, 4)$, $(2, 0)$ 을 $y + ax + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2$, $b = -4$

$\therefore x^2 + 2x - 4 = 0$

두 근의 합은 -2 이고 곱은 -4 이다.

이차방정식의 두 근을 α, β 라고 하면,

두 근의 차 $|\alpha - \beta|$는

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$에서

$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$이므로

두 근의 차는

$\pm\sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-4)} = \pm\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

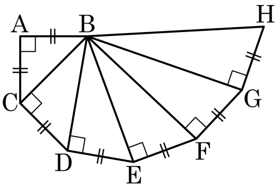
10. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 k, $k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$
② $x^2 - 19x - 84 = 0$
③ $x^2 - 84x + 19 = 0$
④ $x^2 - 19x + 84 = 0$
⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로
$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$
$k = 12$ ($\because$ $k > 0$)
따라서 두 근은 12, 7
$\therefore$ $(x-12)(x-7) = 0$
$\therefore$ $x^2 - 19x + 84 = 0$

11. 다음 그림에서 $\triangle BGH$ 의 넓이가 $3\sqrt{6}\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm

② $\sqrt{2}(2+\sqrt{2})$ cm

③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ cm

④ $2(\sqrt{3}+1)$ cm

⑤ $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$ cm

해설

$\overline{GH}=a$라고 하면

$\overline{BG}=\sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2+a^2}=a\sqrt{6}$일 때,

$\triangle BGH$의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times a\sqrt{6}\times a=3\sqrt{6}, a^2=6, a=\sqrt{6}$이다.

$\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이다.

따라서 $\triangle ABC$의 둘레는 $\sqrt{6}+\sqrt{6}+2\sqrt{3}=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

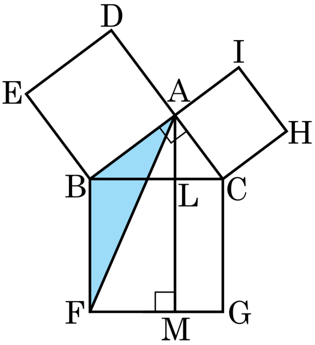
12. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98 ② 100 ③ 102 ④ 104 ⑤ 106

해설

$5 = \sqrt{25}$,
$9 = \sqrt{81}$,
$a = 80$,
$b = 26$,
$\therefore a+b = 106$

13. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$와 넓이가 같지 <u>않은</u> 삼각형은?



① $\triangle EBC$ ② $\triangle BLF$ ③ $\triangle AFM$

④ $\triangle EAB$ ⑤ $\triangle FMB$

해설

① $\triangle EBC$, SAS 합동
② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

14. $\tan A = \dfrac{1}{2}$ 일 때, $\dfrac{\cos^2 A - \cos^2 (90° - A)}{1 + 2\cos A \times \cos (90° - A)}$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{6}$ ⑤ $\dfrac{1}{9}$

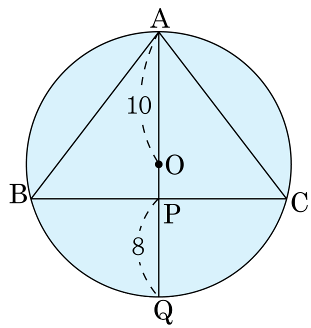
해설

$\cos(90° - A) = \sin A$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 이므로

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos^2 A + 2\cos A \times \sin A + \sin^2 A} \\
&= \frac{(\cos A + \sin A)(\cos A - \sin A)}{(\cos A + \sin A)^2} \\
&= \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} \quad (\because\ \cos A + \sin A \neq 0) \\
&= \frac{1 - \dfrac{\sin A}{\cos A}}{1 + \dfrac{\sin A}{\cos A}} = \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A} \\
&= \frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

15. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10 인 원 O에 내접하는 이등변삼각형 ABC 에 대하여 $\overline{PQ} = 8$일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



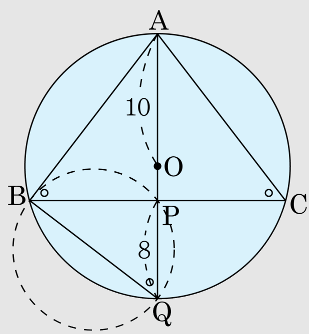
① $36\sqrt{2}$　② $42\sqrt{17}$　③ $48\sqrt{6}$

④ 52　⑤ $52\sqrt{3}$

해설

다음 그림과 같이 보조선 $\overline{BQ}$ 를 연결하면

$\angle ACB = \angle AQB = \angle ABP$



이 때, $\overline{AQ} = 20$ 이므로 $\overline{AP} = 12$

$\therefore\ \overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{PQ} = 12 \times 20 = 240$

$\therefore\ \overline{AB} = 4\sqrt{15}$

선분 BC 는 $\overline{OP}$ 에 의해 수직이등분되므로 직각삼각형 $\triangle ABP$ 에서

$\overline{BP} = \sqrt{(4\sqrt{15})^2 - 12^2} = 4\sqrt{6}$　　$\therefore\ \overline{BC} = 8\sqrt{6}$

따라서, 구하는 넓이는

$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AP} = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{6} \times 12 = 48\sqrt{6}$ 이다.