

1. 다음 이차함수의 그래프 중 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = 3x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = x^2$

⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$\frac{1}{2}$ 의 절댓값이 가장 작다. 따라서 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프의 폭이 가장 넓다.

2. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰을 때 꼭짓점의 좌표는?

① (0, 0)

② (0, -2)

③ (3, 0)

④ (0, 3)

⑤ (-2, 0)

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰으므로 $y = 2x^2 + 3$ 이다.
따라서 꼭짓점의 좌표는 (0, 3) 이다.

3. 이차함수 $y = 2(x+1)^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 포물선의 식은?

① $y = 2(x+2)^2 + 4$

② $y = -2(x+3)^2 + 3$

③ $y = 2(x-1)^2 + 3$

④ $y = -2(x-1)^2 + 3$

⑤ $y = 2(x+3)^2 + 3$

해설

$$y = 2(x+1+2)^2 - 1 + 4$$

$$\therefore y = 2(x+3)^2 + 3$$

4. 다음 이차함수 중 그래프의 꼭짓점이 제 3 사분면 위에 있는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $y = -(x+1)^2 + 3$
- ㉡ $y = \frac{1}{2}(x+5)^2 - 3$
- ㉢ $y = -3(x-1)^2 + 2$
- ㉣ $y = -2(x-1)^2 + 4$
- ㉤ $y = 3(x+3)^2 - 6$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉤

해설

제 3 사분면 위에 꼭짓점의 좌표는 (음수, 음수)이다.

㉠ (-1, 3)

㉡ (-5, -3)

㉢ (1, 2)

㉣ (1, 4)

㉤ (-3, -6)

5. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

$$\text{㉠ } y = 3x^2 + 2$$

$$\text{㉡ } y = 2(x - 1)^2$$

$$\text{㉢ } y = 2x^2$$

$$\text{㉣ } y = -3x^2 - 2$$

① ㉠,㉡

② ㉠,㉢

③ ㉠,㉣

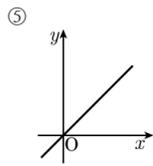
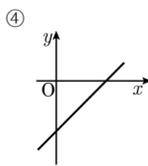
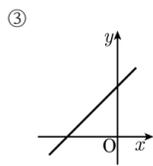
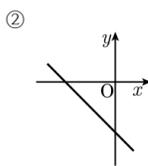
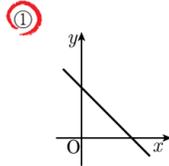
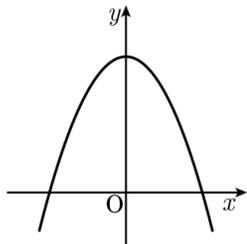
④ ㉡,㉣

⑤ ㉢,㉣

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

6. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는?



해설

이차함수 $y = ax^2 + b$ 가 위로 볼록이므로 $a < 0$ 이고, 꼭짓점이 y 절편이 양수이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 $y = ax + b$ 의 그래프는 기울기가 음수이고 y 절편이 양수인 그래프이다.

7. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① (1, 3)

② (1, -3)

③ (-1, -3)

④ (-1, 3)

⑤ (-3, 3)

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 8) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x + 1 - 1) + \frac{8}{3} \\ &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + \frac{1}{3} + \frac{8}{3} \\ &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + 3\end{aligned}$$

8. 이차함수 $y = 2(x-1)^2$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① (0, -1)

② (0, 1)

③ (0, -2)

④ (0, 2)

⑤ (0, 3)

해설

y 축과의 교점 ($x=0$ 을 대입) 은

$$y = 2 \times (0-1)^2 = 2$$

$\therefore y$ 축과 만나는 점의 좌표는 (0, 2)

9. 꼭짓점이 (2, 3) 이고, 점(5, -6) 을 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① (0, -2)

② (0, 3)

③ (0, 1)

④ (0, 2)

⑤ (0, -1)

해설

$y = a(x - 2)^2 + 3$ 에 (5, -6) 을 대입하면

$-6 = a(5 - 2)^2 + 3$

$9a = -9 \therefore a = -1$

$y = -(x - 2)^2 + 3$

$x = 0$ 일 때 $y = -1$

$\therefore (0, -1)$

10. x 축과 두 점 $(-3,0)$, $(1,0)$ 에서 만나고, 점 $(2,10)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = 2(x-3)(x-1)$

② $y = -2(x+3)(x-1)$

③ $y = 2(x+3)(x-1)$

④ $y = -2(x-3)(x-1)$

⑤ $y = -2(x-3)(x+1)$

해설

x 축과의 교점이 $(-3,0)$, $(1,0)$ 이므로
 $y = a(x+3)(x-1)$ 에 $(2,10)$ 을 대입하면
 $10 = a(2+3)(2-1)$
 $\therefore a = 2$
 $\therefore y = 2(x+3)(x-1)$

11. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것은?

- ① 반지름의 길이가 x 인 원의 둘레의 길이 y
- ② 밑변의 길이가 4, 높이가 x 인 삼각형의 넓이 y
- ③ 가로가 x , 세로가 10 인 직사각형의 넓이 y
- ④ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이 y
- ⑤ 시간이 x , 속력이 40 일 때의 거리 y

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

① $y = 2\pi x$ (일차함수)

② $y = \frac{1}{2} \times 4 \times x = 2x$ (일차함수)

③ $y = 10x$ (일차함수)

④ $y = x^2$ (이차함수)

⑤ $y = 40x$ (일차함수)

12. 이차함수 $f: R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이다. $f(2a) = 2a - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, R 은 실수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(2a) = 2a - 1$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1, \quad 2a^2 - 4a + 2 = 0, \quad a^2 - 2a + 1 = 0,$$

$$(a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

13. 이차함수 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 7)$, $(2, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 를 차례대로 나열하면?

① $a = 4, b = -6$

② $a = -4, b = -6$

③ $a = 4, b = -8$

④ $a = 6, b = -6$

⑤ $a = 6, b = -8$

해설

점 $(-1, 7)$ 를 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 가 지나므로 $7 = -2(-1)^2 - 3(-1) + a, a = 6$ 이다.

$f(x) = -2x^2 - 3x + 6$ 이고 점 $(2, b)$ 를 지나므로 $b = -2(2)^2 - 3(2) + 6, b = -8$ 이다.

14. 다음 중 평행이동에 의하여 포물선 $y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포괄 수 있는 것은?

① $y = 2x^2 - 3$ ② $y = -2x^2 + 3$ ③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}$ ⑤ $y = -x^2 - 7$

해설

$y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포괄 수 있는 것은 이차항의 계수가 -1 인 포물선이다.

15. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프에서 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 함수의 식은 $y = -3(x - 2)^2$ 이다.
- ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.
- ④ 위로 볼록한 그래프이다.
- ⑤ $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

해설

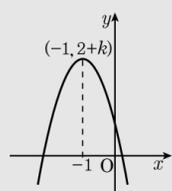
$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이므로 $y = -3(x-2)^2$ 이다. 꼭짓점의 x 좌표는 2이고 y 좌표는 0이므로 $(2, 0)$ 이고, x 축으로 평행이동하면 축의 방정식이 $x = p$ 로 변하므로 $x = 2$ 이다. 위로 볼록한 그래프이고 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

16. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나게 되는 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $k > 2$ ② $k < 2$ ③ $k > 4$
 ④ $k < -2$ ⑤ $k > -2$

해설

$y = -2x^2 - 4x + k = -2(x^2 + 2x) + k = -2(x+1)^2 + 2 + k$
 다음 그림처럼 이 그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면 꼭짓점의 y 좌표가 0 보다 커야 한다.

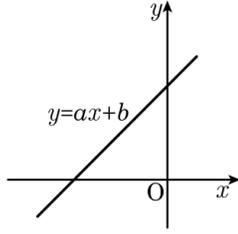


$2 + k > 0$
 $\therefore k > -2$

해설

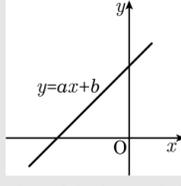
$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만날 때 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이 되어야 한다.
 $y = -2x^2 - 4x + k$ 에서 $D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k > 0, 8k > -16 \therefore k > -2$

17. 다음 보기는 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = bx^2 - ax - ab$ 의 그래프는?



- ① ② ③ ④ ⑤

해설



의 그래프는 오른쪽 위로 향하므로 기울

기도 양수이고 y 절편이 양수이다.

따라서 $a > 0, b > 0$ 이므로 $y = bx^2 - ax - ab$ 에서 $b > 0$ 이므로

아래로 볼록하고,

$\frac{a}{b} > 0$ 이므로 축이 y 축의 오른쪽에 있고, $-ab < 0$ 이므로 y 절편이 음수인 그래프이다.

18. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 -3 을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② -2 ③ -4 ④ -3 ⑤ 6

해설

$x = 1$ 에서 최솟값이 -3 이므로
꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$ 이다.
 $y = 2x^2 + ax + b = 2(x - 1)^2 - 3 = 2x^2 - 4x$
 $a = -4, b = -1$
 $\therefore a - b = -4 - (-1) = -3$

19. 합이 18 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

- ① 17 ② 65 ③ 77 ④ 81 ⑤ 162

해설

두 수를 각각 x , $18 - x$ 라고 하면

$$y = x(18 - x)$$

$$= -x^2 + 18x$$

$$= -(x^2 - 18x + 81 - 81)$$

$$= -(x - 9)^2 + 81$$

$x = 9$ 일 때, 최댓값 81 을 갖는다.

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 점 $(-5, -7)$ 일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서 a 값이 가질 수 있는 범위는?

① $a \leq -\frac{3}{4}$
④ $a \leq \frac{7}{25}$

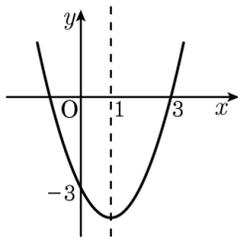
② $a \geq -\frac{3}{4}$
⑤ $0 < a \leq \frac{7}{5}$

③ $a \geq \frac{7}{25}$

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x+5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a \\ (y\text{절편}) &\geq 0 \\ -7 + 25a &\geq 0 \\ \therefore a &\geq \frac{7}{25} \end{aligned}$$

21. 다음 그림은 직선 $x=1$ 을 축으로 하는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프이다. 이 때, $a+b+c$ 의 값은?



- ① -4 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$y = a(x-1)^2 + q$
 $x=0$ 일 때, $a+q = -3$ (1)
 $x=3$ 일 때, $4a+q = 0$ (2)
 (2)에서 (1)을 빼면, $3a = 3$
 $\therefore a = 1, q = -4$
 $y = (x-1)^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$
 따라서 $x=1$ 일 때, $y = a+b+c = -4$ 이다.

22. $x = 2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

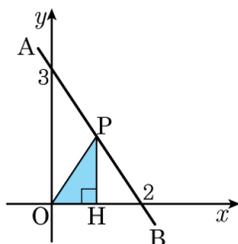
▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x-2)^2 - 1 \\ &= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\ &= ax^2 + 4ax + 4a - 1 \\ 4a - 1 &= 3 \\ a &= 1 \\ y &= (x-2)^2 - 1 \\ apq &= 1 \times 2 \times (-1) = -2\end{aligned}$$

24. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle POH$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 0.75

해설

\overline{AB} 를 지나는 직선은 두 점 $(0, 3)$, $(2, 0)$ 을 지나므로

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

H 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $(a, -\frac{3}{2}a + 3)$

$$\begin{aligned} \triangle POH &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a-1)^2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

25. 지면으로부터 60m 높이에서 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 하면 $y = -5x^2 + 20x + 60$ 인 관계가 있다. 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 지면에 다시 떨어질 때까지 걸리는 시간을 각각 구하면?

- ① 1 초, 3 초 ② 2 초, 4 초 ③ 2 초, 6 초
④ 3 초, 6 초 ⑤ 3 초, 8 초

해설

최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은
 $y = -5x^2 + 20x + 60 = -5(x-2)^2 + 80$ 이므로
 $x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 80
따라서 2 초 후이다.
지면에 떨어질 때 $y = 0$ 이다.
 $0 = -5x^2 + 20x + 60$
 $-5(x^2 - 4x - 12) = 0$
 $-5(x-6)(x+2) = 0$
그런데, $x > 0$ 이므로 $x = 6$
즉, 6 초 후에 지면에 떨어진다.