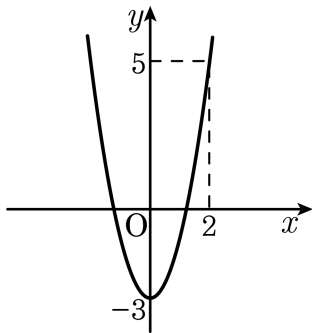


1. 이차함수 $y = ax^2 - 3$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이 그래프 위의 점은? (단, a 는 상수)



- ① (1, -2) ② $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ ③ (-1, 1)
④ (-2, -5) ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9}\right)$

해설

점 (2, 5) 를 지나므로 $x = 2, y = 5$ 를 대입하면

$$5 = 4a - 3, 4a = 8, a = 2 \quad \therefore y = 2x^2 - 3$$

⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 함숫값 $y = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 = -\frac{25}{9}$ 이다.

따라서 점 $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9}\right)$ 를 지난다.

2. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 없는 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2(x - 1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

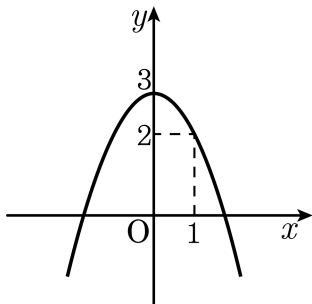
⑤ $y = -(2 - x)(2 + x) + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.

따라서 $a = -2$ 가 아닌 것은 ③, ⑤이다.

3. 다음 그림과 같은 그래프를 가지는 이차함수의 식은?



① $y = 3x^2 + 1$

② $y = 3x^2 + 2$

③ $y = -3x^2 + 3$

④ $y = -x^2 + 3$

⑤ $y = -x^2 + 2$

해설

그래프의 이차함수의 꼭짓점은 $(0, 3)$ 이므로 $y = ax^2 + 3$ 이고
 $(1, 2)$ 를 지나므로 $2 = a + 3$, $a = -1$ 이다.

따라서 그래프의 식은 $y = -x^2 + 3$ 이다.

4. 이차함수 $y = 4(x + 7)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축, y 축 의 방향으로 각각 3, -5 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(0, a)$ 을 지날 때, a 의 값은?

① 22

② 38

③ 54

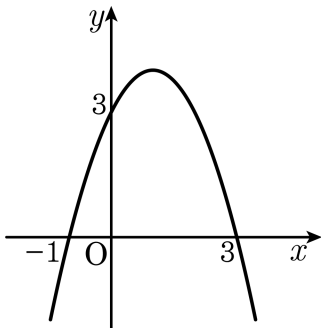
④ 60

⑤ 76

해설

$y = 4(x + 7)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축, y 축 의 방향으로 각각 3, -5 만큼 평행이동하면 $y = 4(x + 7 - 3)^2 - 5 - 5$, $y = 4(x + 4)^2 - 10$ 이고. 점 $(0, a)$ 을 지나므로 대입하면 $a = 4(0 + 4)^2 - 10$, $a = 54$ 이다.

5. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $(1, k)$ 가 이 그래프 위의 점일 때, k 의 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점 $(-1, 0)$, $(0, 3)$, $(3, 0)$ 을 각각 대입하여 a, b, c 를 구하면

$$a = -1, b = 2, c = 3$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3$$

$(1, k)$ 를 대입하면 $k = 4$ 이다.

6. $y = -x^2 + 4x - a + 3$ 의 그래프가 x 축과 점 $(3, 0)$ 에서 만날 때, 이차함수의 최댓값은?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$(3, 0)$ 을 $y = -x^2 + 4x - a + 3$ 에 대입하면

$$0 = -9 + 12 - a + 3$$

$$\therefore a = 6$$

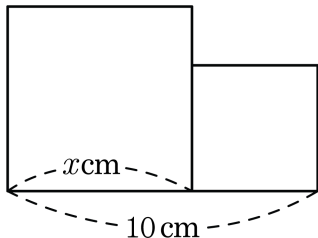
$$y = -x^2 + 4x - 3$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) - 3$$

$$= -(x - 2)^2 + 1$$

$\therefore x = 2$ 일 때, 최댓값 1

7. 다음 그림과 같이 길이가 10cm 인 선분을 둘로 나누어 각각을 한 변으로 하는 두 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 최소값을 구하여라.



- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

한 정사각형의 한 변의 길이를 x cm, 다른 한 정사각형의 한 변의 길이를 $(10 - x)$ cm 라고 놓으면,

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (10 - x)^2 \\ &= 2x^2 - 20x + 100 \\ &= 2(x - 5)^2 - 50 \end{aligned}$$

따라서 최소값은 $50(\text{cm}^2)$ 이다.

8. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m

② 55m

③ 50m

④ 45m

⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned}h &= 30t - 5t^2 \\&= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\&= -5(t - 3)^2 + 45\end{aligned}$$

9. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$$\therefore ab = \pm 6$$

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

① $-\frac{3}{2} < a < 2$

② $-\frac{3}{2} < a < -2$

③ $\frac{3}{2} < a < 2$

④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$

⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

11. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
 y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면

$$y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$$

$$y = -3(x + 1)^2 + 5 \text{ 이므로}$$

i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면
 $q = 2$

$$\text{따라서 } \frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ 이다.}$$

12. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?

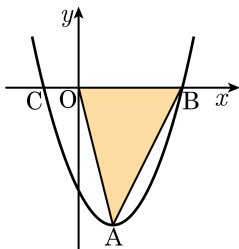
① 16

② 8

③ 12

④ 6

⑤ 10



해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A 의 좌표는 (1, -4) 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

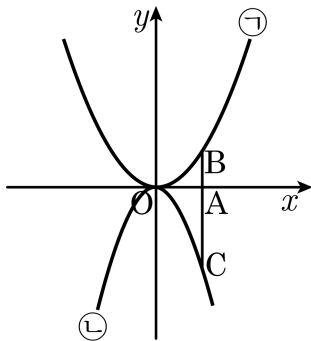
$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

B 의 좌표는 (3, 0) 이다.

$$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

13. 그림과 같이 2 개의 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{\Gamma}$, $y = -x^2 \cdots \textcircled{\text{L}}$ 이 있다. 점 $A(a, 0)$ 을 지나며, x 축에 수직인 직선이 포물선 $\textcircled{\Gamma}$ 과 만나는 점을 B , 포물선 $\textcircled{\text{L}}$ 과 만나는 점을 C 라 한다. $\overline{BC} = \frac{4}{3}$ 일 때, a 의 값을 구하면?



① $\frac{\sqrt{2}}{3}$

② $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

③ $\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

$$B\left(a, \frac{1}{2}a^2\right), C(a, -a^2)$$

$$\overline{BC} = \frac{1}{2}a^2 - (-a^2) = \frac{3}{2}a^2 = \frac{4}{3}$$

$$\therefore a = \frac{2\sqrt{2}}{3} (\because a > 0)$$

14. $y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 , y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동 한 이차함수의 그래프 위에 두 점 $A(2, 8)$, $B(a, b)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점을 각각 C , D 라 하고, 원점을 O 라 한다. $\triangle ABC$ 와 $\triangle BOD$ 의 넓이의 비가 $2 : a^2$ 일 때, a 의 값을 구하면?
(단, $0 < a < 2$)

$$\textcircled{1} \quad a = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad a = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad a = \frac{-1 + \sqrt{10}}{2}$$

$$\textcircled{4} \quad a = \frac{-1 - \sqrt{10}}{2}$$

$$\textcircled{5} \quad a = \frac{2}{3}$$

해설

$y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 평행이동하면 $y = 2x^2$ 이다. 점 $A(2, 8)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점 C 의 좌표는 $(-2, 8)$ 이고, 점 $B(a, b)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점 D 의 좌표는 $(-a, b)$ 이다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 $\overline{AC}$ 를 밑변, 점 A, B 의 y 좌표의 차를 높이로

$$\text{하면 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (8 - b)$$

이 식에 $b = 2a^2$ 을 대입하면 ($\because (a, b)$ 는 $y = 2x^2$ 위의 점)

$$\frac{1}{2} \times 4 \times (8 - 2a^2) = 4(4 - a^2)$$

$$\text{또한, } \triangle BOD = \frac{1}{2} \times 2a \times 2a^2 = 2a^3$$

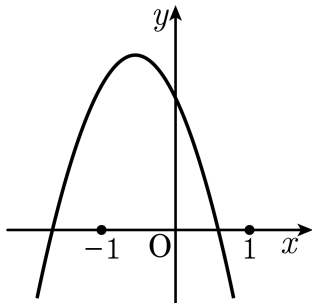
$\triangle ABC$ 와 $\triangle BOD$ 의 넓이의 비가 $2 : a^2$ 이므로 $4(4 - a^2) : 2a^3 = 2 : a^2$

$$\therefore a^2(4 - a^2) = a^3, a^2 + a - 4 = 0 \text{ 에서 } a = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} =$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{여기서 } 0 < a < 2 \text{ 이므로 } a = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

15. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 구하면?



① $a > 0$

② $b < 0$

③ $c < 0$

④ $a + b + c > 0$

⑤ $a - b + c < 0$

해설

① 위로 볼록하므로 $a < 0$

② 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$
따라서 $b < 0$ 이다.

③ y 절편이 양수이므로 $c > 0$

④ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c < 0$

⑤ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c > 0$