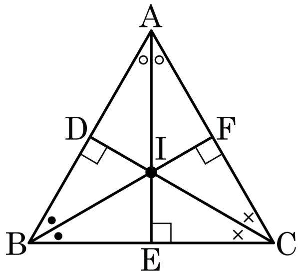
1. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



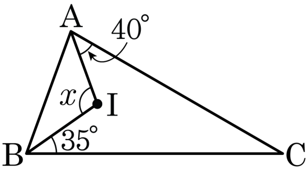
$\triangle$IBE와 $\triangle$IBD에서
$\angle$IEB $=$ $\angle$IDB $= 90°$,
$\overline{\text{IB}}$는 공통변,
$\angle$IBE $=$ $\angle$IBD 이므로
$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD (RHA 합동)
$\therefore$ $\overline{\text{ID}} = \boxed{} \cdots$ ㉠
같은 방법으로 $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF (RHA 합동) 이므로
$\therefore$ $\boxed{} = \overline{\text{IF}} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore$ $\overline{\text{ID}} = \overline{\text{IF}}$
$\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서
$\angle$ADI $=$ $\angle$AFI $= 90°$, $\overline{\text{AI}}$는 공통 변, $\overline{\text{ID}} = \overline{\text{IF}}$
이므로 $\triangle$ADI $\equiv$ $\triangle$AFI(RHS 합동)
대응각 $\angle$DAI $=$ $\angle$FAI 이므로 $\overline{\text{AI}}$는 $\angle$A의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{\text{IA}}$ ② $\overline{\text{IE}}$ ③ $\overline{\text{IC}}$ ④ $\overline{\text{IB}}$ ⑤ $\overline{\text{AF}}$

해설

$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD(RHA 합동) 이므로
$\overline{\text{ID}}$와 대응변인 $\overline{\text{IE}}$의 길이가 같고, $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF(RHA 합동)
이므로 $\overline{\text{IE}}$와 대응변인 $\overline{\text{IF}}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{\text{IE}}$가 들어간다.

2. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



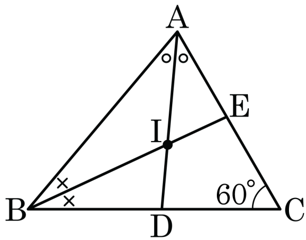
① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle x = 180° - (40° + 35°) = 105°$

3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)



① 200°　② 180°　③ 160°　④ 140°　⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 180°이므로

$2\circ + 2\times + 60° = 180°$

$\circ + \times = 60°$

삼각형의 세 내각의 합은 180°이므로

$\angle ADB = \angle x,\ \angle AEB = \angle y$라 하면

$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots$ ①

$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots$ ②

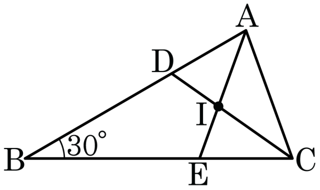
①+②를 하면

$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ 3 \times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

4. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110°　② 123°　③ 135°　④ 148°　⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

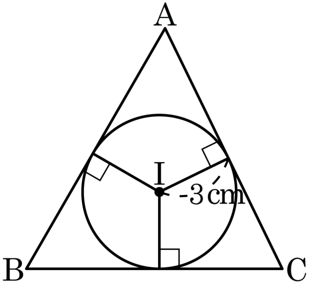
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

$\square BEID$ 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

5. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. 내접원의 반지름의 길이가 3cm 이고, △ABC 의 넓이가 48cm^2 일 때, △ABC 의 둘레의 길이는?



① 32cm ② 34cm ③ 36cm ④ 28cm ⑤ 40cm

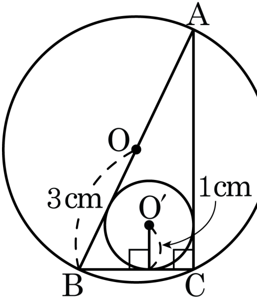
해설

△ABC 의 둘레의 길이를 $x$cm 라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times x = 48$

$\therefore x = 32(\text{cm})$

6. 다음 그림에서 원 O, O′ 는 각각 $\triangle$ABC 의 외접원, 내접원이다. 반지름의 길이가 각각 3cm, 1cm 일 때, $\triangle$ABC 의 둘레의 길이를 구하면?

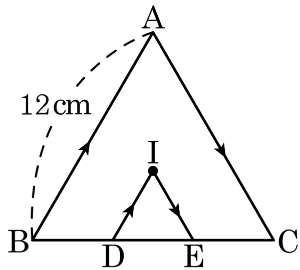


① 6cm ② 8cm ③ 10cm ④ 12cm ⑤ 14cm

해설

$\overline{AB}$ 가 원 O 의 지름이므로
$\triangle$ABC 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다.
$\triangle$ABC 의 내접원 O′ 과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 접점을 각각 D, E, F 라 하고,
$\overline{BC} = a$(cm), $\overline{AC} = b$(cm) 라 하면
$\overline{BE} = \overline{BD} = a - 1$(cm), $\overline{AF} = \overline{AD} = b - 1$(cm)
따라서 $\overline{AB} = a - 1 + b - 1 = 6$ 이므로. $a + b = 8$
$\therefore$ $\triangle$ABC의 둘레 $= a + b + 6 = 14$

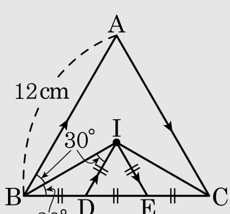
7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 정삼각형이고, 점I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$, $\overline{AC} /\!/ \overline{IE}$이고 $\overline{AB} = 12\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이는?



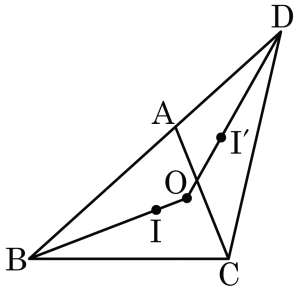
① $\frac{5}{2}$cm ② 3cm ③ $\frac{7}{2}$cm ④ 4cm ⑤ $\frac{9}{2}$cm

해설

점I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
$\angle ABI = \angle CBI = 30°$ 또, $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$ 이므로
$\angle ABI = \angle BID = 30°$ (엇각) 같은 방법으로
$\angle ICA = \angle CIE = 30°$ 이므로 $\triangle IDE$ 에서 $\angle IDE = \angle IED = 60°$
따라서 $\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$
$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{3}\overline{BC} = 4(\text{cm})$



8. $\angle BAC = 70°$, $\angle ABC = 42°$, $\overline{AC} = \overline{AD}$이고 점I, I′ 는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 내심이다. 점 O는 $\overline{BI}$와 $\overline{DI'}$의 연장선의 교점일 때, $\angle IOI'$의 크기를 구하여라.



① $147.5°$　② $148.5°$　③ $149.5°$

④ $131.5°$　⑤ $141.5°$

해설

$\overline{AC} = \overline{AD}$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$

점 I는 내심이므로 $\angle ABI = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I′는 내심이므로 $\angle ADI' = 35° \times \frac{1}{2} = 17.5°$

$\therefore \angle IOI' = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$