

1. $2^5 = a$ 일 때, 4^{11} 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① a^4

② $2a^4$

③ $3a^4$

④ $4a^4$

⑤ $5a^4$

해설

$$\begin{aligned} 4^{11} &= (2^2)^{11} = 2^{22} \\ &= (2^5)^4 \times 2^2 \\ &= a^4 \times 2^2 = 4a^4 \end{aligned}$$

2. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

3. $-4ab \times \square = 12a^3b^2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식을 고르면?

① $-3a^2b$

② $-3ab^2$

③ $-a^2b$

④ a^2b

⑤ $3a^2b$

해설

$$\square = \frac{12a^3b^2}{-4ab} = -3a^2b$$

4. $\frac{4b^2}{a^2} \times (-8a^5b) \div \square = 32a^3b^3$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\frac{4b^2}{a^2} \times (-8a^5b) \div \square = -32a^3b^3 \div \square = 32a^3b^3$$

$$\therefore \square = \frac{1}{32a^3b^3} \times \frac{-32a^3b^3}{1} = -1$$

5. $\frac{(a^2b^3)^4}{(ab^3)^m} = \frac{a^n}{b^6}$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\frac{(a^2b^3)^4}{(ab^3)^m} = \frac{(a^8b^{12})}{(a^mb^{3m})} = \frac{a^n}{b^6} \text{ 이므로}$$

$$3m - 12 = 6$$

$$\therefore m = 6$$

$$8 - m = n \text{ 이므로 } n = 2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore m + n = 8$$

6. $2^6 \div 2^a = \frac{1}{8}$, $8 \div 2^b \times 64 = 8$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$2^6 = 2^a \times \frac{1}{8} = 2^{a-3} \text{ 이므로 } a = 9 \text{ 이다.}$$

$$2^{3-b+6} = 2^3 \text{ 이므로 } b = 6 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a + b = 9 + 6 = 15 \text{ 이다.}$$

7. 다음 중 가장 큰 수는?

① $2^{10} \times 5^9 \times 7$

② $2^{12} \times 3 \times 5^{11}$

③ $2^{10} \times 5^{11}$

④ $2^{10} \times 5^9$

⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13$

해설

① $2^{10} \times 5^9 \times 7 = 14 \times 10^9$ 이므로 11 자리의 수

② $2^{12} \times 3 \times 5^{11} = 6 \times 10^{11}$ 이므로 12 자리의 수

③ $2^{10} \times 5^{11} = 5 \times 10^{10}$ 이므로 11 자리의 수

④ $2^{10} \times 5^9 = 2 \times 10^9$ 이므로 10 자리의 수

⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13 = 26 \times 10^8$ 이므로 10 자리의 수

8. 자연수 n 에 대하여 $f(2^n) = n$ 이라 정의하자. 다음 수 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 이라 할 때, $f(f(a)) + f(f(b))$ 의 값을 구하여라.

$(4^2)^2, (2^2)^{2^2}, (2^{2^2})^2, 2^{4^2}, 4^{2^4}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$(4^2)^2 = 2^8 = 2^{2^3}, (2^2)^{2^2} = 2^{2^3}, (2^{2^2})^2 = 2^{2^3}, 2^{4^2} = 2^{2^4}, 4^{2^4} = 2^{2^5} \text{ 이므로}$$

$$(\text{가장 큰 수 } a) = 2^{2^5}, (\text{가장 작은 수 } b) = 2^{2^3}$$

$$f(a) = f(2^{2^5}) = 2^5, f(b) = f(2^{2^3}) = 2^3 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f(f(a)) + f(f(b)) = f(2^5) + f(2^3) = 5 + 3 = 8$$

9. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때, $a + b - c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \\ &= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5) \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1 \\ &a = 8, \quad b = 4, \quad c = 2, \quad d = 1 \\ &\therefore a + b - c - d = 9 \end{aligned}$$

10. 정육면체의 부피가 $27a^6b^9$ 일 때, 한 모서리의 길이는?

- ① $3a^2b^3$ ② $9a^2b$ ③ $3a^3b^6$ ④ $6a^3b^3$ ⑤ $9a^3b^3$

해설

(정육면체의 부피) = (한 모서리의 길이) × (한 모서리의 길이) × (한 모서리의 길이) 이므로
 $27a^6b^9 = (3a^2b^3)^3$

11. 다음 안에 들어갈 알맞은 수는?

$$3^{2x+3} = \text{} \times 9^x$$

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

해설

$3^{2x+3} = 3^{2x} \times 3^3 = 9^x \times 27$
 안에 들어갈 수는 27이다.

12. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

13. $2^{10} - 4^3 + 16^2 = a \times 2^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$2^{10} - 2^6 + 2^8 = 2^6(2^4 - 1 + 2^2) = 2^6 \times 19$ 이므로 $a = 19, b = 6$
 $\therefore a + b = 19 + 6 = 25$

14. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $6x$ ② $10x$ ③ $21x$ ④ $25x$ ⑤ $31x$

해설

$$5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 - 5^3 \cdot 5 + 5^3 = 25x - 5x + x = 21x$$

15. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 11자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 4^x &= 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3} \\ \therefore x &= -2x + 2y + 3 \\ 25^{x+y} &= 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3} \\ \therefore 2x + 2y &= 3y + 3 \\ \text{두 식을 연립하면} \\ x = 3, y &= 3 \\ 32^x \times 125^y &= (2^5)^3 \times (5^3)^3 \\ &= 2^{15} \times 5^9 \\ &= (10)^9 \times 2^6 \\ &= 64 \times 10^9 \end{aligned}$$

따라서 11 자리의 수이다.

16. $x_1 = 97, x_2 = \frac{2}{x_1}, x_3 = \frac{3}{x_2}, x_4 = \frac{4}{x_3}, \dots, x_{10} = \frac{10}{x_9}$ 이라 할 때,
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3840

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다. 따라서
 $x_9 \times x_{10} = 10$ 이 된다.

$$\begin{aligned} & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10} \\ &= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \cdots \times (x_9 \cdot x_{10}) \\ &= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840 \end{aligned}$$

17. $27^5 \div 3^{5n} = 3^5$ 일 때, n 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3^3)^5 \div 3^{5n} = 3^5 \text{ 이므로 } 15 - 5n = 5$$

$$\therefore n = 2$$

18. 다음을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하여라.

$$144^4 = (2^x \times 3^2)^4 = 2^y \times 3^8$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$144^4 = (2^4 \times 3^2)^4 = 2^{4 \times 4} \times 3^8 = (2^x \times 3^2)^4 = 2^y \times 3^8$$

$$x = 4, y = 16$$

$$\therefore x + y = 20$$

19. 다음을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

$$2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x = 112$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x &= 2^x(2^2 + 2 + 1) \\ &= 2^x \cdot 7 = 112 \end{aligned}$$

$$2^x = 16$$

$$\therefore x = 4$$

20. $N = 3^n$ 일 때, $M(N) = n$ 이라 정의한다. a 는 자연수일 때, $M(3^{2a+1} \div 3^{2a}) = M(3^a)$ 를 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$N = 3^n$ 이므로 $M(3^n) = n$ 이다.

$$M(3^{2a+1} \div 3^{2a}) = M(3^a)$$

$$M(3^{2a+1-2a}) = M(3^a)$$

$$M(3) = M(3^a)$$

$$\therefore a = 1$$

21. 다음 세 수의 크기를 비교하여 큰 순서대로 나열하여라.

$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3^{63}

▷ 정답 : 5^{36}

▷ 정답 : 2^{81}

해설

$81 = 3^4, 63 = 3^2 \times 7, 36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로

세 수의 최대공약수는 $3^2 = 9$ 이다.

따라서

$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$

$(2^9)^9, (3^7)^9, (5^4)^9$ 에서

$2^9 < 5^4 < 3^7$ 이므로 세 수의 크기는 $2^{81} < 5^{36} < 3^{63}$

$\therefore 3^{63}, 5^{36}, 2^{81}$

22. 다음 보기의 수 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라 할 때, $a = 2^m$, $b = 2^n$ 이고, $m = 2^p$, $n = 2^q$ 이다. 이 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\{(2^2)^2\}^3 \quad (2^2)^{2^2} \quad 2^{(2^2)^3} \quad 2^{2^{2^2}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\{(2^2)^2\}^3 = 2^{12}$$

$$(2^2)^{2^2} = 2^{2^3} = 2^8$$

$$2^{(2^2)^3} = 2^{2^6} = 2^{64}$$

$$2^{2^{2^2}} = 2^{2^4} = 2^{16}$$

따라서 가장 큰 수 $a = 2^{64}$, 가장 작은 수 $b = 2^8$ 이므로

$$m = 64, n = 8$$

$$\therefore p + q = 6 + 3 = 9$$

23. 다음 $(x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2 = x^3y^2$ 에서 자연수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & (x^3y)^a \times (x^3y^2)^b \div (x^3y)^2 \\ &= x^{3a}y^a \times x^{3b}y^{2b} \times \frac{1}{x^6y^2} \\ & x^{3a+3b-6}y^{a+2b-2} = x^3y^2 \\ & 3a+3b-6=3 \\ & \therefore a+b=3 \\ & a+2b-2=2 \\ & \therefore a+2b=4 \\ & \therefore a=2, b=1 \end{aligned}$$

24. 밑면의 반지름의 길이가 r 이고, 높이가 h 인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 밑면의 반지름은 20% 늘리고, 높이는 10% 줄이면 부피는 원래 부피보다 몇 % 변화하는지 구하여라.

▶ 답 : %

▷ 정답 : 29.6 %

해설

(처음 원기둥의 부피) $= \pi r^2 \times h = \pi r^2 h$
(변화된 원뿔의 부피)
 $= \pi \left(\frac{120}{100} \times r \right)^2 \times \left(\frac{90}{100} \times h \right)$
 $= \frac{12^2}{10^2} \times \frac{9}{10} \times \pi r^2 h$
 $= \frac{1296}{1000} \times (\pi r^2 h)$
변화된 원뿔의 부피는 처음 원뿔의 부피의 $\frac{1296}{1000}$ 배이므로 변화된 부피는
 $\left(\frac{1296}{1000} - 1 \right) \times 100 = 29.6(\%)$ 이다.