1. 다음 중 이차함수는?

① $y = 2x^2 - 2(x+1)^2$ ② $y = 2(x-1) + 25$

③ $y = x^2 - (2x + x^2)$ ④ $y = x^3 - (x+1)^2$

⑤ $y = 3x^2 - (2x+1)^2$

해설

① $y = 2x^2 - 2(x+1)^2 = -4x - 2$ (일차함수)
② $y = 2(x-1) + 25 = 2x + 23$ (일차함수)
③ $y = x^2 - (2x + x^2) = -2x$ (일차함수)
④ $y = x^3 - (x+1)^2 = x^3 - x^2 - 2x - 1$ (삼차함수)
⑤ $y = 3x^2 - (2x+1)^2 = -x^2 - 4x - 1$ (이차함수)

2. 이차함수 $y = x^2 + x - a$ 의 그래프가 점 $(3,\ 2)$ 를 지난다고 한다. 이때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

점 $(3,\ 2)$ 를 지나므로 $x = 3,\ y = 2$ 를 대입하면 $2 = 3^2 + 3 - a,\ \ 12 - a = 2 \ \ \therefore\ a = 10$

3. 다음은 $y = 3x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $y = -3x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$ 이다.

③ 점 $(-2,\ 3)$ 를 지난다.

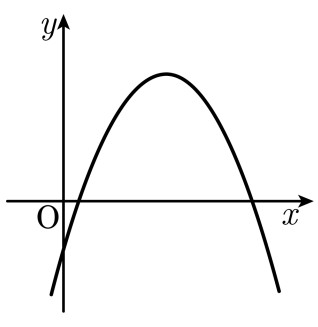
④ 대칭축은 y 축이다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소한다.

해설

③ 지나는 점을 직접 대입하면, $3 \neq 3 \times (-2)^2 = 12$

4. 다음 이차함수 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프에서 $a,\ b,\ c$ 의 부호는?



① $a < 0,\ b > 0,\ c < 0$ ② $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$

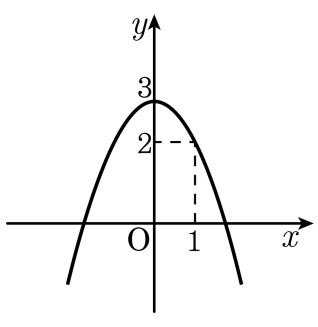
③ $a < 0,\ b < 0,\ c > 0$ ④ $a < 0,\ b > 0,\ c > 0$

⑤ $a < 0,\ b < 0,\ c < 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $-ab < 0$
따라서 $b < 0$
y 절편이 음수이므로 $-c < 0$
따라서 $c > 0$

5. 다음 그림과 같은 그래프를 가지는 이차함수의 식은?



① $y = 3x^2 + 1$ ② $y = 3x^2 + 2$ ③ $y = -3x^2 + 3$

④ $y = -x^2 + 3$ ⑤ $y = -x^2 + 2$

해설

그래프의 이차함수의 꼭짓점은 $(0,\ 3)$ 이므로 $y = ax^2 + 3$ 이고 $(1,\ 2)$를 지나므로 $2 = a + 3,\ a = -1$ 이다.
따라서 그래프의 식은 $y = -x^2 + 3$ 이다.

6. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 5$ 의 최솟값을 고르면?

① -14 ② 14 ③ -5 ④ 5 ⑤ 4

해설

$y = x^2 - 6x - 5$
$= x^2 - 6x + 9 - 9 - 5$
$= (x-3)^2 - 14$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -14 를 가진다.

7. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 점 $(2,\ a)$ 를 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동했으므로
$y = 2(x-3)^2$
점 $(2,\ a)$ 를 지나므로 $a = 2(2-3)^2$
$\therefore\ a = 2$

8. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 10$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, p, q 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $p = 1$

▷ 정답: $q = 7$

해설

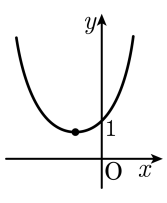
$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 6x + 10 \\ &= 3(x-1)^2 + 7 \end{aligned}$$

$\therefore\ p = 1,\ q = 7$

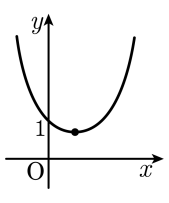
9. 다음 이차함수의 그래프를 보기에서 골라 순서대로 써라.

보기

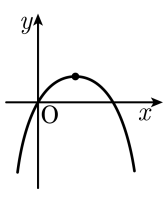
㉠



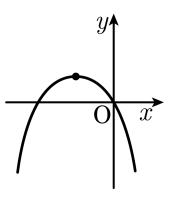
㉡



㉢



㉣



(1) $y = x^2 - x + 1$

(2) $y = -2x^2 + 2x$

(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$

(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

(1) $y = x^2 - x + 1$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉡이다.

(2) $y = -2x^2 + 2x$ 를 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉢이다.

(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉠이다.

(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$ $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-1, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉣이다.

10. 축이 $x=2$ 이고, 두 점 $(0,\ 3)$, $(1,\ 6)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y=x^2-4x-2$　② $y=x^2+4x+2$

③ $y=-x^2+4x-3$　④ $y=-x^2+4x+3$

⑤ $y=-x^2-4x-3$

해설

축이 $x=2$ 이므로 $y=a(x-2)^2+q$

두 점 $(0,\ 3)$, $(1,\ 6)$ 을 지나므로

$3=4a+q,\ 6=a+q$

$\therefore a=-1,\ q=7$

$y=-(x-2)^2+7$

$y=-(x^2-4x+4)+7$

$y=-x^2+4x+3$

11. 이차함수 $y = -x^2 + ax$ 의 최댓값이 4 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$y = -x^2 + ax = -\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4}$

$x = \frac{a}{2}$ 일 때, 최댓값이 $\frac{a^2}{4}$ 이므로

$\frac{a^2}{4} = 4,\ a = \pm 4$

$a > 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

12. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 2k$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

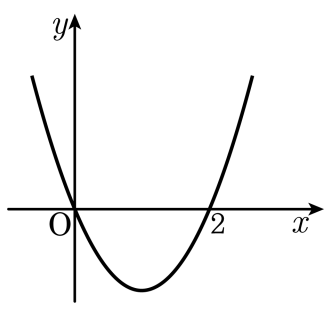
▷ 정답: -1

해설

$y = -x^2 + 2kx + 2k$
$= -(x^2 - 2kx) + 2k$
$= -(x-k)^2 + k^2 + 2k$

최댓값 $M = k^2 + 2k = (k+1)^2 - 1$
따라서 M 의 최솟값 -1 이다.

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면
② 제 1, 3 사분면
③ 제 2, 4 사분면
④ 제 2, 3, 4 사분면
⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $c = 0$

또한, $y = ax\left(x + \frac{b}{a}\right)$ 에서

$-\frac{b}{a} = 2 > 0$

$\therefore \frac{b}{a} < 0$

그러므로 $ax + by + c = 0$ 에서

$y = -\frac{a}{b}x$

$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0\right)$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$

$= -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$

$\therefore a + b + c = \left(-\frac{1}{2}\right) + (-2) + 1 = -\frac{3}{2}$

15. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답 : 초 후

▷ 정답 : 4초 후

해설

$y = 40x - 5x^2$
$y = -5(x-4)^2 + 80$
$x = 4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.