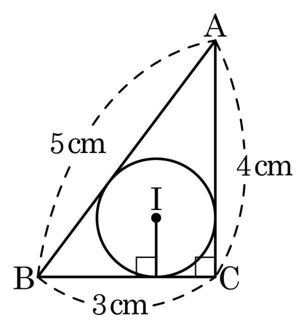
1. 다음 그림과 같은 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 5\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AC}} = 4\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 3\mathrm{cm}$ 이고, $\angle\mathrm{C} = 90°$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?

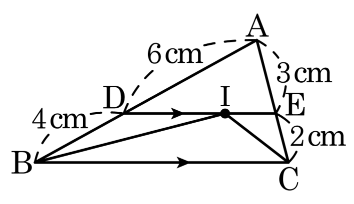


① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면
$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\mathrm{cm}$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 가 평행일 때, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{AE} = 3\text{cm}$, $\overline{EC} = 2\text{cm}$ 이다. $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

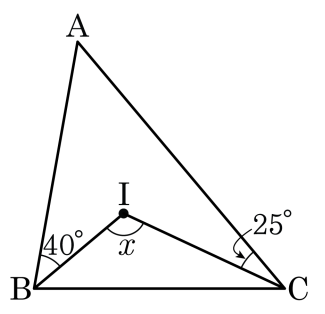


① 9cm ② 11cm ③ 13cm ④ 15cm ⑤ 17cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 15cm 이다.

3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

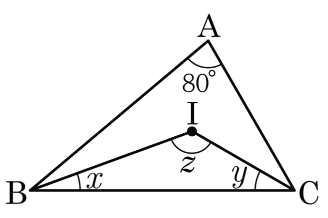


① $110°$ ② $115°$ ③ $120°$ ④ $125°$ ⑤ $130°$

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40°$이고, $\angle ICB = 25°$이다.
따라서 삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x = 180° - (40° + 25°) = 115°$

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle z-(\angle x+\angle y)=(\quad\quad)^{\circ}$ 이다. (　　　) 안에 알맞은 수를 써라.



▶ 답:

▷ 정답: 80

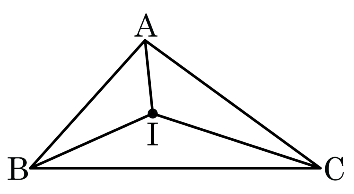
해설

$2\angle x+2\angle y+80^{\circ}=180^{\circ}$, $\angle x+\angle y=50^{\circ}$

$\angle z=180^{\circ}-50^{\circ}=130^{\circ}$

$\therefore\ \angle z-(\angle x+\angle y)=130^{\circ}-50^{\circ}=80^{\circ}$

5. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 6 : 7 : 7$일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad}^\circ$

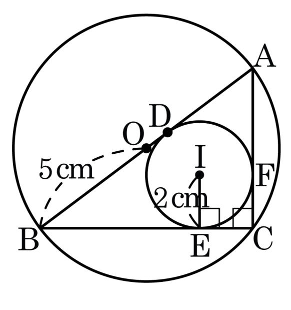
▷ 정답 : 36°

해설

$\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 6 : 7 : 7$이므로, $\angle AIB = 360^\circ \times \frac{6}{20} = 108^\circ$이다.

$\angle AIB = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ACB = 108^\circ$에서 $\angle ACB = 36^\circ$이다.

6. 다음 그림에서 변 AB 가 원 O 의 지름이고 원 O 는 △ABC 의 외접원, 원 I 는 내접원이다. 두 원 O, I 의 반지름의 길이가 각각 5cm, 2cm 이고 점 D, E, F 는 접점일 때, △ABC 의 넓이는?



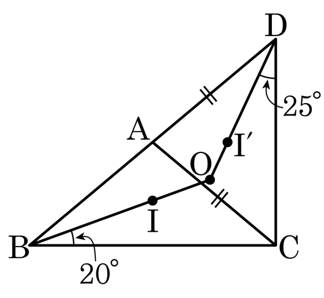
① 10cm^2　② 15cm^2　③ 20cm^2
④ 24cm^2　⑤ 25cm^2

해설

빗변 AB 의 중점이 외심이므로 △ABC 는 직각삼각형이다.
$\overline{AD} = \overline{AF} = a$cm 라 하면
$\overline{BD} = \overline{BE} = (10 - a)$cm 이다.
따라서

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{IE} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC})$$
$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (10 + 10 - a + 2 + a + 2)$$
$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 24 = 24(\text{cm}^2)\text{이다.}$$

7. $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 를 이용하여 $\triangle DBC$ 를 만들었다. 점 I, I′ 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle IBC = 20°$, $\angle I'DC = 25°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 O 는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점이고, 점 A 는 $\overline{BD}$ 위의 점이다.)



▶ 답: ______ °

▷ 정답: 40 °

해설

점I 는 내심이므로 $\angle ABO = \angle IBC = 20°$

즉, $\angle ABC = 40°$

점 I′ 는 내심이므로 $\angle ADO = \angle CDO = 25°$

즉, $\angle CDA = 50°$

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로

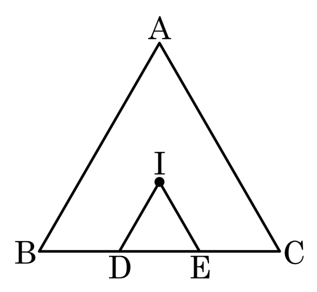
$\angle ACD = \angle CDA = 50°$

$\triangle ACD$ 에서 외각의 성질에 의해

$\angle CAB = 50° + 50° = 100°$

$$\begin{aligned} \therefore\ \angle ACB &= 180° - (\angle ABC + \angle CAB) \\ &= 180° - (40° + 100°) \\ &= 40° \end{aligned}$$

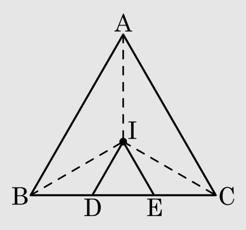
8. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, ∠DIE 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

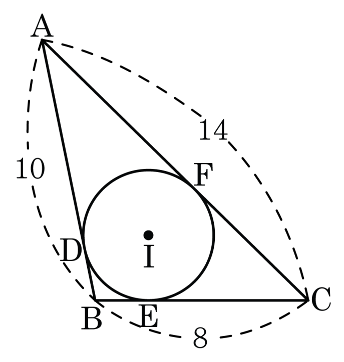
▷ 정답 : 60°

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로
$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30°$
따라서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DI}$, $\overline{AC} /\!/ \overline{EI}$
$\angle DIB = \angle ABI = 30°$ (엇각)
$\angle EIC = \angle ACI = 30°$ (엇각)
또, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 120°$ 이므로
$\angle DIE = 120° - (30° + 30°) = 60°$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC 의 접점이다. $\overline{AB} = 10cm, \overline{BC} = 8cm, \overline{AC} = 14cm$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?

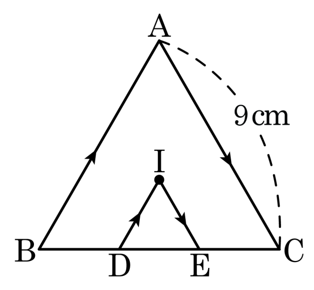


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$, $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14-x+8-x = 10$ 이므로 $22-2x = 10, 12 = 2x$ 이다.
$\therefore x = 6(\text{ cm})$

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점 I 를 지나면서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 D , E 라 할 때, $\overline{DE} = (\quad)$cm 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.



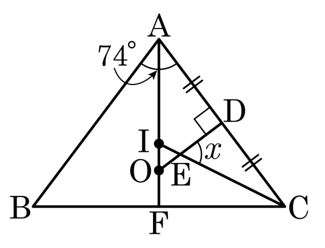
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID(\because \overline{AB}//\overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다.
$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$ 이다.
같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ $(\because \overline{AC}//\overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$
따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이)$= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 9(\text{cm})$ 이고,
$\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = \frac{9}{3}\text{cm} = 3\text{cm}$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{AF}$ 위의 두 점 O 와 점 I 는 각각 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심이다. $\angle BAC = 74°$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 62° ② 62.5° ③ 63° ④ 63.5° ⑤ 64°

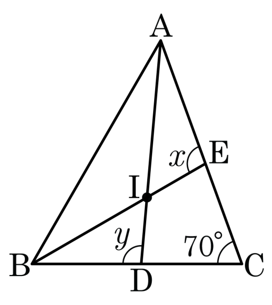
해설

$\angle ACB = \angle ABC = \frac{1}{2}(180° - 74°) = 53°$

$\angle ACI = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \times 53° = 26.5°$

따라서 $\triangle CDE$ 에서 $\angle x = 90° - \angle ACI = 90° - 26.5° = 63.5°$ 이다.

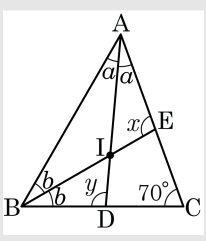
12. 다음 그림의△ABC 에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. $\angle C = 70°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



① 175° ② 185° ③ 195° ④ 205° ⑤ 215°

해설

오른쪽 그림과 같이



$\angle \text{IAB} = \angle \text{IAC} = \angle a$, $\angle \text{IBA} = \angle \text{IBC} = \angle b$ 라 하면

△ABC 에서 $2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$

$\therefore \angle a + \angle b = 55°$

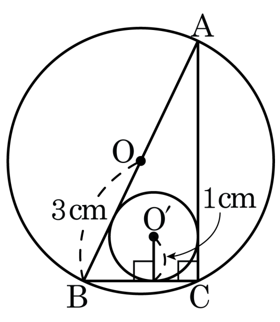
△BCE 에서 $\angle x = \angle b + 70°$, △ADC 에서

$\angle y = \angle a + 70°$

$\therefore \angle x + \angle y = (\angle b + 70°) + (\angle a + 70°)$

$= \angle a + \angle b + 140° = 55° + 140° = 195°$

13. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 는 원O 의 지름이고, 원O 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외접원, 원O′ 은 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내접원이다. 두 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 3cm, 1cm 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이는?

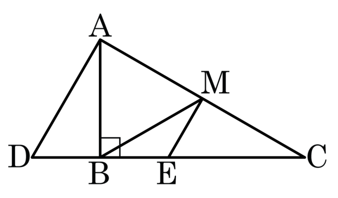


① $6\mathrm{cm}^2$　② $7\mathrm{cm}^2$　③ $8\mathrm{cm}^2$
④ $9\mathrm{cm}^2$　⑤ $10\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 가 원O 의 지름이므로
$\triangle\mathrm{ABC}$ 는 $\angle\mathrm{C} = 90°$ 인 직각삼각형이다.
$\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내접원O′ 과 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CA}}$ 의 접점을 각각 D, E, F 라 하고, $\overline{\mathrm{BC}} = a(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{AC}} = b(\mathrm{cm})$ 라 하면
$\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{BD}} = a - 1(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{AD}} = b - 1(\mathrm{cm})$
따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = a - 1 + b - 1 = 6$ 이므로. $a + b = 8$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 1 \times (a + b + 6) = \frac{1}{2}(8 + 6) = 7(\mathrm{cm}^2)$

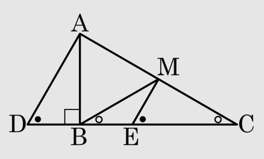
14. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M 이라 하고, 변 BC 의 연장선 위에 $\angle ADB = 2 \times \angle ACB$ 가 되는 점 D 를 잡고, 선분 AD 와 평행하면서 점 M 을 지나는 직선이 변 BC 와 만나는 점을 E라고 정한다. $\overline{AD} = 10$, $\overline{ME} = 5$ 일 때, 선분 BE 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



직각삼각형 ABC 에서 점 M 은 빗변 AC 의 중점이므로 직각삼각형 ABC 의 외심이다.

$\therefore \overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$

즉, $\triangle MBC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle C = \angle MBC \cdots$ ㉠

또, 선분 AD 와 ME 가 평행하므로

$\angle D = \angle MEC$ (동위각)

$\triangle BEM$ 에서 외각의 성질에 의해

$\angle MEC = \angle BME + \angle MBE$ 이므로

$\angle BME = \angle MEC - \angle MBE = \angle D - \angle C$

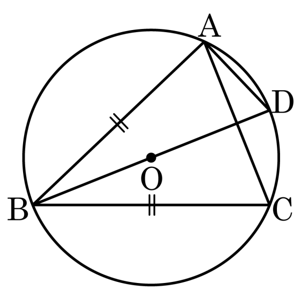
$2\angle C - \angle C = \angle C \cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $\angle MBE = \angle BME$ 이므로

$\triangle BEM$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 선분 BE 의 길이는 5 이다.

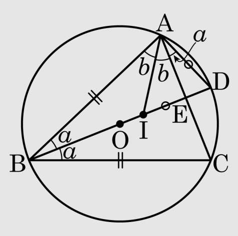
15. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 15$ 인 이등변삼각형 ABC 와 반지름이 8 인 외접원을 나타낸 것이다. 삼각형 ABC 의 외심과 내심 사이의 거리가 2 이고, 꼭짓점 B 에서 그은 선이 외심 O 를 지나 외접원과 만나는 점을 D 라고 할 때, 삼각형 ABD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설



이등변삼각형의 내심과 외심은 밑변을 수직이등분하는 동일한 선 위에 존재하므로 내심 I 를 위와 같이 표시하고, $\angle ABI = \angle IBC = a$, $\angle BAI = \angle IAC = b$ 라고 놓으면, $\angle AID = a + b$ 가 된다.

선분 BD 가 선분 AC 와 만나는 점을 E라고 하면 삼각형 ABE 에서 $a + 2b = 90°$ 이고,

$\angle BAD = 90°$ 이므로 $\angle CAD = a$ 가 된다.

삼각형 AID 는 $\angle AID = \angle IAD = a + b$ 인 이등변삼각형이 되고,

$\overline{AD} = \overline{ID} = \overline{OD} - \overline{OI} = 8 - 2 = 6$

따라서 삼각형 ABD 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 15 \times 6 = 45$ 이다.