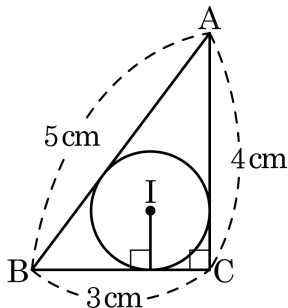


1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



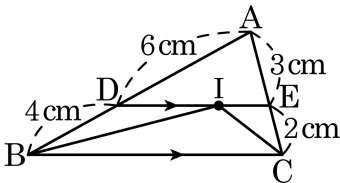
- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 가 평행일 때,
 $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{AE} = 3\text{cm}$, $\overline{EC} = 2\text{cm}$ 이다. $\triangle ADE$ 의
 둘레의 길이는?

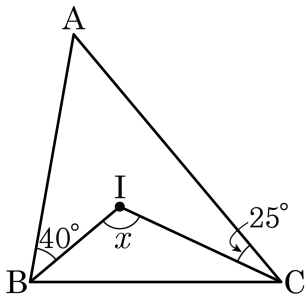


- ① 9cm ② 11cm ③ 13cm ④ 15cm ⑤ 17cm

해설

점 I가 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때,
 $(\triangle ADE \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{AC}$
 따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 15cm이다.

3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 110°

② 115°

③ 120°

④ 125°

⑤ 130°

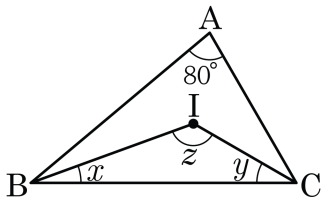
해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40^\circ$ 이고, $\angle ICB = 25^\circ$ 이다.

따라서 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 25^\circ) = 115^\circ$$

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle z - (\angle x + \angle y) = (\quad)^\circ$ 이다. ($\quad$) 안에 알맞은 수를 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 80

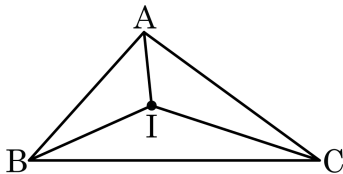
해설

$$2\angle x + 2\angle y + 80^\circ = 180^\circ, \angle x + \angle y = 50^\circ$$

$$\angle z = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\therefore \angle z - (\angle x + \angle y) = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ$$

5. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 6 : 7 : 7$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

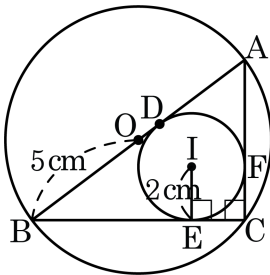
▷ 정답 : 36°

해설

$\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC = 6 : 7 : 7$ 이므로, $\angle AIB = 360^\circ \times \frac{6}{20} = 108^\circ$ 이다.

$\angle AIB = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ACB = 108^\circ$ 에서 $\angle ACB = 36^\circ$ 이다.

6. 다음 그림에서 변 AB가 원 O의 지름이고 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원, 원 I는 내접원이다. 두 원 O, I의 반지름의 길이가 각각 5cm, 2cm이고 점 D, E, F는 접점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2
 ④ 24cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

빗변 AB의 중점이 외심이므로 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

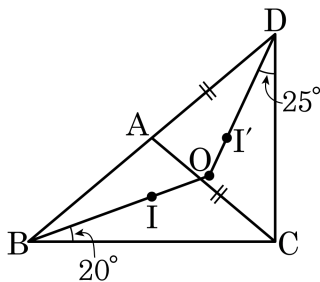
$\overline{AD} = \overline{AF} = a\text{cm}$ 라 하면

$\overline{BD} = \overline{BE} = (10 - a)\text{cm}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times \overline{IE} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times (10 + 10 - a + 2 + a + 2) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 24 = 24(\text{cm}^2)\text{이다.}\end{aligned}$$

7. $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 를 이용하여 $\triangle DBC$ 를 만들었다. 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle IBC = 20^\circ$, $\angle I'DC = 25^\circ$ 이고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 O 는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점이고, 점 A 는 $\overline{BD}$ 위의 점이다.)



▶ 답: ○

▶ 정답 : 40°

해설

점I 는 내심이므로 $\angle ABO = \angle IBC = 20^\circ$

 $\frac{2}{3}, \angle ABC = 40^\circ$

점 I' 는 내심이므로 $\angle ADO = \angle CDO = 25^\circ$

 $\frac{z}{r}, \angle CDA = 50^\circ$

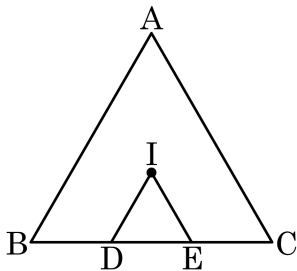
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle ACD = \angle CDA = 50^\circ$$

$\triangle ACD$ 에서 외각의 성질에 의해

$$\angle CAB = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$$
$$\begin{aligned}\therefore \angle ACB &= 180^\circ - (\angle ABC + \angle CAB) \\ &= 180^\circ - (40^\circ + 100^\circ) \\ &= 40^\circ\end{aligned}$$

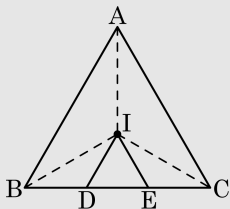
8. 다음 그림에서 점 I는 정삼각형 ABC의 내심이고 점 D, E는 변 BC의 삼등분점일 때, $\angle DIE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 60°

해설



점 I가 삼각형 ABC의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30^\circ$$

따라서 $\overline{AB} \parallel \overline{DI}$, $\overline{AC} \parallel \overline{EI}$

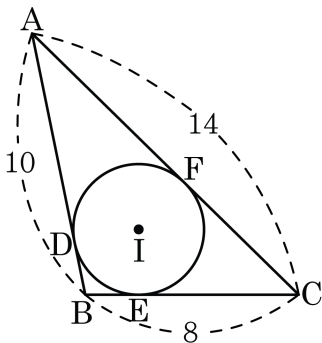
$$\angle DIB = \angle ABI = 30^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\angle EIC = \angle ACI = 30^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\text{또, } \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 120^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle DIE = 120^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 60^\circ \text{ 이다.}$$

9. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC의 접점이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?



① 4cm

② 5cm

③ 6cm

④ 7cm

⑤ 8cm

해설

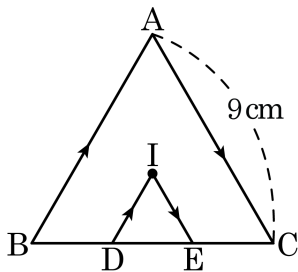
점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$, $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 - x + 8 - x = 10$ 이므로 $22 - 2x = 10$, $12 = 2x$ 이다.

$\therefore x = 6(\text{cm})$

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점 I 를 지나면서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{DE} = (\quad)\text{cm}$ 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB} // \overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다.

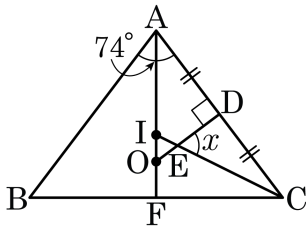
$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$ 이다.

같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE (\because \overline{AC} // \overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다. $\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 9(\text{cm})$ 이고,

$\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = \frac{9}{3}\text{cm} = 3\text{cm}$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{AF}$ 위의 두 점 O 와 점 I 는 각각 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심이다. $\angle BAC = 74^\circ$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 62°

② 62.5°

③ 63°

④ 63.5°

⑤ 64°

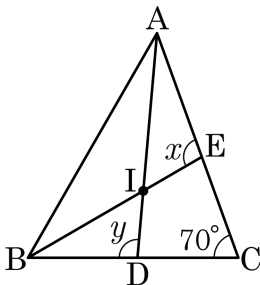
해설

$$\angle ACB = \angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - 74^\circ) = 53^\circ$$

$$\angle ACI = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \times 53^\circ = 26.5^\circ$$

따라서 $\triangle CDE$ 에서 $\angle x = 90^\circ - \angle ACI = 90^\circ - 26.5^\circ = 63.5^\circ$ 이다.

12. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



① 175°

② 185°

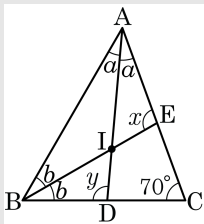
③ 195°

④ 205°

⑤ 215°

해설

오른쪽 그림과 같이



$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$, $\angle IBA = \angle IBC = \angle b$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $2\angle a + 2\angle b + 70^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle a + \angle b = 55^\circ$

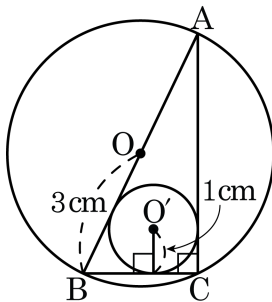
$\triangle BCE$ 에서 $\angle x = \angle b + 70^\circ$, $\triangle ADC$ 에서

$\angle y = \angle a + 70^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = (\angle b + 70^\circ) + (\angle a + 70^\circ)$

$= \angle a + \angle b + 140^\circ = 55^\circ + 140^\circ = 195^\circ$

13. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원O의 지름이고, 원O는 $\triangle ABC$ 의 외접원, 원O'은 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. 두 원 O, O'의 반지름의 길이가 각각 3cm, 1cm일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 6cm^2

② 7cm^2

③ 8cm^2

④ 9cm^2

⑤ 10cm^2

해설

$\overline{AB}$ 가 원O의 지름이므로

$\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

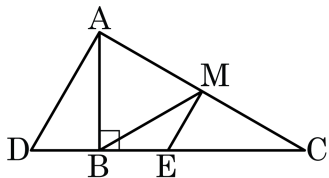
$\triangle ABC$ 의 내접원O'과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 접점을 각각 D, E, F라고 하고, $\overline{BC} = a(\text{cm})$, $\overline{AC} = b(\text{cm})$ 라 하면

$$\overline{BE} = \overline{BD} = a - 1(\text{cm}), \overline{AF} = \overline{AD} = b - 1(\text{cm})$$

따라서 $\overline{AB} = a - 1 + b - 1 = 6$ 이므로, $a + b = 8$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 1 \times (a + b + 6) = \frac{1}{2}(8 + 6) = 7(\text{cm}^2)$$

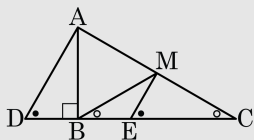
14. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점을 M이라 하고, 변 BC의 연장선 위에 $\angle ADB = 2 \times \angle ACB$ 가 되는 점 D를 잡고, 선분 AD와 평행하면서 점 M을 지나는 직선이 변 BC와 만나는 점을 E라고 정한다. $\overline{AD} = 10$, $\overline{ME} = 5$ 일 때, 선분 BE의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



직각삼각형 ABC에서 점 M은 빗변 AC의 중점이므로 직각삼각형 ABC의 외심이다.

$$\therefore \overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$$

즉, $\triangle MBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle C = \angle MBC \cdots \textcircled{1}$$

또, 선분 AD와 ME가 평행하므로

$$\angle D = \angle MEC \text{ (동위각)}$$

$\triangle BEM$ 에서 외각의 성질에 의해

$$\angle MEC = \angle BME + \angle MBE \text{ 이므로}$$

$$\angle BME = \angle MEC - \angle MBE = \angle D - \angle C$$

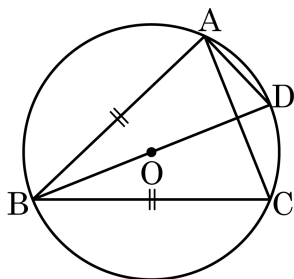
$$2\angle C - \angle C = \angle C \cdots \textcircled{2}$$

따라서 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $\angle MBE = \angle BME$ 이므로

$\triangle BEM$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 선분 BE의 길이는 5이다.

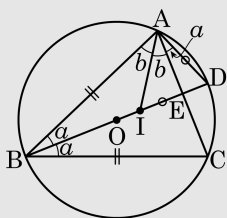
15. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 15$ 인 이등변삼각형 ABC 와 반지름이 8 인 외접원을 나타낸 것이다. 삼각형 ABC 의 외심과 내심 사이의 거리가 2 이고, 꼭짓점 B 에서 그은 선이 외심 O 를 지나 외접원과 만나는 점을 D 라고 할 때, 삼각형 ABD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설



이등변삼각형의 내심과 외심은 밑변을 수직이등분하는 동일한 선 위에 존재하므로 내심 I 를 위와 같이 표시하고, $\angle ABI = \angle IBC = a$, $\angle BAI = \angle IAC = b$ 라고 놓으면, $\angle AID = a + b$ 가 된다.

선분 BD 가 선분 AC 와 만나는 점을 E라고 하면 삼각형 ABE 에서 $a + 2b = 90^\circ$ 이고,

$\angle BAD = 90^\circ$ 이므로 $\angle CAD = a$ 가 된다.

삼각형 AID 는 $\angle AID = \angle IAD = a + b$ 인 이등변삼각형이 되고,

$$\overline{AD} = \overline{ID} = \overline{OD} - \overline{OI} = 8 - 2 = 6$$

따라서 삼각형 ABD 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 15 \times 6 = 45$ 이다.