1. $3x+y=1$ 이고 $1 \le x \le 5$ 일 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -20 ② -16 ③ -12 ④ -8 ⑤ 4

해설

$x=\dfrac{1-y}{3}$ 이므로 $1 \le x \le 5$ 에 대입하면

$1 \le \dfrac{1-y}{3} \le 5$, $3 \le 1-y \le 15$

$2 \le -y \le 14$

$\therefore -14 \le y \le -2$

따라서 y 의 최댓값은 -2, 최솟값은 -14 이므로 합은 -16

2. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $k^2x+1>2kx+k$가 성립할 때, k 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$k^2x+1>2kx+k$에서
$(k^2-2k)x>k-1$,
$k(k-2)x>k-1$
해가 모든 실수이므로
$k(k-2)=0,\ k-1<0$ 이어야 한다.
$\therefore\ k=0$

3. 부등식 $|x-3| \geq 2$의 해로 다음 중 옳은 것은?

① $1 \leq x \leq 5$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 5$

③ $-1 \leq x \leq 5$

④ $x \leq -1$ 또는 $x \geq 5$

⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

$|x-3| \geq 2$에서 $x-3 \geq 2$ 또는 $-(x-3) \geq 2$ $\therefore$ $x \geq 5$ 또는 $x \leq 1$

4. 부등식 $|x-2| < k$를 만족하는 모든 x의 값이 부등식 $|x^2-8| \le 8$을 만족할 때, 실수 k의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

부등식 $|x^2-8| \le 8$을 풀면

$-8 \le x^2 - 8 \le 8$

$0 \le x^2 \le 16$

$\therefore -4 \le x \le 4$

$k > 0$이므로 부등식 $|x-2| < k$ 을 풀면

$-k < x - 2 < k$

$-k + 2 < x < k + 2$

이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2-8| \le 8$을 만족하려면

$-k + 2 \ge -4,\ k + 2 \le 4$이어야 하므로

$k \le 6,\ k \le 2$

$\therefore 0 < k \le 2$

따라서 실수 k의 최댓값은 2이다.

5. 두 부등식 $2x-1>0$, $(x+1)(x-a)<0$을 동시에 만족하는 x의 값의 범위가 $\frac{1}{2}<x<3$ 이 되도록 하는 정수 a의 값은? (단,$a>1$)

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$2x-1>0$

$\therefore x>\frac{1}{2}\cdots\cdots$ ①

$(x+1)(x-a)<0$

$\therefore -1<x<a\cdots\cdots$ ②

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2}<x<3$ 이므로

$\therefore a=3$

6. 부등식 $x^2 - 4|x| - 5 < 0$을 풀면?

① $-5 < x < 5$　② $-5 < x < 0$　③ $-5 < x < 1$
④ $-1 < x < 5$　⑤ $-1 < x < 6$

해설

(ⅰ) $x \geq 0$일 때, $|x| = x$이므로
$x^2 - 4x - 5 < 0$, $(x-5)(x+1) < 0$
$-1 < x < 5$
이 때 $x \geq 0$과의 공통범위는 $0 \leq x < 5$
(ⅱ) $x < 0$일 때
$x^2 + 4x - 5 < 0$, $(x+5)(x-1) < 0$
$-5 < x < 1$
이 때 $x < 0$과 공통 범위는 $-5 < x < 0$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $-5 < x < 5$

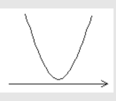
7. 모든 실수 x에 대하여 부등식$(k-2)x^2+2(k-2)x+1>0$이 성립할 때, 실수 k값의 범위가 $m \le k < n$이다. $m+n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m+n=5$

해설

① $k=2$일 때 $1>0$ $\therefore$ 성립한다.

②  아래로 볼록 $(k-2)>0$, $k>2$

③ $\frac{D}{4}<0$에서 $(k-2)^2-(k-2)<0$

$(k-2)(k-3)<0$, $2<k<3$

①을 만족하거나 ②와 ③)을 동시에 만족해야 하므로 $2 \le k < 3$

$\therefore m=2, n=3$, $m+n=5$

8. x 에 대한 이차부등식 $x^2+ax+b>0$ 의 해가 $x<1$ 또는 $x>4$ 일 때 상수 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$x^2+ax+b>0$ 의 해가 $x<1$ 또는 $x>4$ 이려면
$(x-1)(x-4)>0$ 에서 $x^2-5x+4>0$ 이므로
$a=-5$, $b=4$ 따라서 $a+b=-1$

9. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha+\beta=4$이다. 방정식 $f(4x-2)=0$의 두 근의 합은?

① 2　② -2　③ 4　④ -4　⑤ 0

해설

$f(x)=0 \iff x=\alpha$ 또는 $x=\beta$가 성립하면

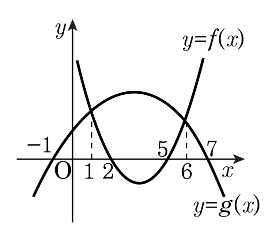
$f(4x-2)=0 \iff 4x-2=\alpha$ 또는 $4x-2=\beta$

$\iff x=\dfrac{\alpha+2}{4}$ 또는 $x=\dfrac{\beta+2}{4}$

즉 $f(4x-2)=0$의 두 근은 $\dfrac{\alpha+2}{4}$, $\dfrac{\beta+2}{4}$이다.

$\therefore \dfrac{\alpha+2}{4}+\dfrac{\beta+2}{4}=\dfrac{\alpha+\beta+4}{4}=\dfrac{8}{4}=2$

10. 두 이차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, 부등식 $0 < g(x) < f(x)$의 해는 $a < x < b$ 또는 $c < x < d$이다. 이 때, $a + b + c + d$의 값은?



① 14 ② 13 ③ 12

④ 11 ⑤ 10

해설

$0 < g(x) < f(x)$ 에서 $g(x) > 0$ 이고 $g(x) < f(x)$

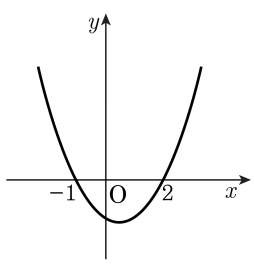
(i) $g(x) > 0$ 을 만족하는 x 의 값의 범위는 $-1 < x < 7$

(ii) $g(x) < f(x)$ 를 만족하는 x 의 값의 범위는 $x < 1$ 또는 $x > 6$

따라서, (i)과 (ii)를 동시에 만족하는 x 의 값의 범위는 $-1 < x < 1$ 또는 $6 < x < 7$

즉, $a = -1,\ b = 1,\ c = 6,\ d = 7$ 이므로 $a + b + c + d = 13$

11. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, x 에 대한 이차부등식 $cx^2 + bx + a > 0$ 의 해는?



① $-1 < x < \frac{1}{2}$

② $x < -1$ 또는 $x > \frac{1}{2}$

③ $x < -\frac{1}{2}$ 또는 $x > 1$

④ x는 모든 실수

⑤ 해가 없다.

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래로 볼록이고
x 축과의 교점의 x 좌표가 $-1,\ 2$ 이므로
$a > 0$ 이고
$ax^2 + bx + c = a(x+1)(x-2) = ax^2 - ax - 2a$
$\therefore\ b = -a,\ c = -2a\ (a > 0)$

$$\begin{aligned} \text{이때, } cx^2 + bx + a > 0 &\Leftrightarrow -2ax^2 - ax + a > 0 \\ &\Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 < 0 \\ &\Leftrightarrow (x+1)(2x-1) < 0 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 부등식의 해는 $-1 < x < \frac{1}{2}$ 이다.

12. 이차부등식 $[x]^2 + [x] - 12 \le 0$의 해가 $a \le x < b$일 때, $a + b$의 값은?
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$[x]^2 + [x] - 12 \le 0$에서

$([x] + 4)([x] - 3) \le 0$

$\therefore -4 \le [x] \le 3$

$x = -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

$\therefore -4 \le x < 4$

따라서 $a = -4,\ b = 4$이므로 $a + b = 0$이다