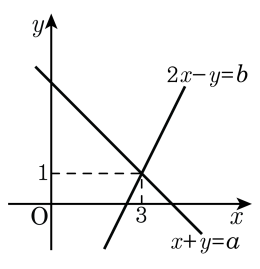
1. 다음 그래프는 연립방정식 $\begin{cases} x+y=a \\ 2x-y=b \end{cases}$ 를 풀기 위해 그린 것이다. 이때, a, b의 값은?



① $a=3,\ b=4$　② $a=4,\ b=5$

③ $a=4,\ b=6$　④ $a=5,\ b=4$

⑤ $a=6,\ b=4$

해설

$x+y=a$에 $x=3,\ y=1$을 대입하면 $a=4$
$2x-y=b$에 $x=3,\ y=1$을 대입하면 $b=5$
따라서 $a=4,\ b=5$이다.

2. 연립방정식 $\begin{cases} y = 4x + 3 \\ 2x - 3y = 11 \end{cases}$ 의 해를 $(a,\ b)$ 라고 할 때, $b - 3a$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ -3　　⑤ -5

해설

$y = 4x + 3$ 을 $2x - 3y = 11$ 에 대입하면
$2x - 3(4x + 3) = 11$
$-10x = 20$
$\therefore\ x = -2,\ y = -5$
따라서 $b - 3a = (-5) - 3 \times (-2) = -5 + 6 = 1$ 이다.

3. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=5 \\ x:y=1:6 \end{cases}$ 을 풀면?

① $x=2,\ y=12$
② $x=1,\ y=6$
③ $x=-2,\ y=-12$
④ $x=2,\ y=-12$
⑤ $x=-1,\ y=6$

해설

$\begin{cases} 3x+2y=30 \\ y=6x \end{cases}$ $y=6x$를 $3x+2y=30$에 대입하여 $x=2,\ y=12$를 구한다.

4. 연립방정식 $x-2y=2x-y=6$ 을 풀었을 때, $x+y$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} x-2y=6 & \cdots(1) \\ 2x-y=6 & \cdots(2) \end{cases}$$

$(2)-(1)$ 하면 $x+y=0$

5. 연립방정식 $\begin{cases} 3x-2y=a \\ y=bx-1 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, a, b의 값의 조건으로 알맞은 것은?

① $a \neq 2,\ b=\frac{3}{2}$
② $a \neq 1,\ b=3$
③ $a=2,\ b=1$
④ $a \neq -2,\ b=-\frac{3}{2}$
⑤ $a=-1,\ b=-2$

해설

연립방정식의 해가 없어야 하므로
두 번째 식의 양변에 2를 곱하면 $2y=2bx-2$ 이고
이 식을 첫 번째 식에 대입하면, $3x-2bx+2=a$ 이다.
그런데 이 식이 $0 \cdot x=k\ (k \neq 0)$ 꼴이 되어야 하므로
$3-2b=0$, $a-2 \neq 0$ 이다.
따라서 $a \neq 2,\ b=\frac{3}{2}$ 이다.

6. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=7 \\ 2x+y=p \end{cases}$ 의 해가 $(4, q)$ 일 때 $2p-q$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$\begin{cases} x-y=7 \cdots ㉠ \\ 2x+y=p \cdots ㉡ \end{cases}$

우선, ㉠식에 $x=4, y=q$ 를 대입하여 q 값을 구한다.

$4-q=7, q=-3$

㉡식에 $x=4, y=q=-3$ 을 대입하여 p 값을 구한다.

$8-3=p,\ p=5$

$\therefore 2p-q=10+3=13$

7. 연립방정식 $\begin{cases} 3x - y = -2 \\ 2x - ky = 7 \end{cases}$ 의 해가 $x = a,\ y = b$ 일 때, $2a - 3b = 8$ 을 만족한다. 이때 상수 k 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

해설

$\begin{cases} 3x - y = -2 & \cdots ① \\ 2x - ky = 7 & \cdots ② \end{cases}$, $2a - 3b = 8 \cdots ③$이라 할 때,

①에 $x = a,\ y = b$ 를 대입하면

$\begin{cases} 3a - b = -2 & \cdots ①' \\ 2a - 3b = 8 & \cdots ③' \end{cases}$

$①' \times 3 - ③'$을 하면 $7a = -14$

즉, $a = -2$, $b = -4$

이것을 ②에 대입을 하면 $-4 + 4k = 7$

$\therefore k = \frac{11}{4}$

8. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = \frac{7}{12} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $2y + 3x = k$ 를 만족할 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

첫 번째 식에 12를 곱하면 $3x - 4y = 7$
두 번째 식에 6을 곱하면 $3x + y = 2$

$$\begin{cases} 3x - 4y = 7 & \cdots ㉠ \\ 3x + y = 2 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ − ㉡을 계산하면 $-5y = 5$
$\therefore y = -1$
$x = 1$, $y = -1$ 이다.
그런데 이 해가 일차방정식 $2y + 3x = k$ 를 만족하므로 $-2 + 3 = k = 1$ 이다.

9. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{1}{3}x + 7y = 4 \\ 4x - ay = 10 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -84

해설

x 의 계수가 $\frac{1}{3} \times 12 = 4$ 이므로

y 의 계수는 $7 \times 12 = -a$

그러므로 $a = -84$ 이다.

10. 두 자리 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 차는 3이고, 일의 자리 숫자와 십의 자리 숫자를 바꾼 수는 처음 수의 2배보다 9가 작다. 처음 수를 구하여라. (단, 일의 자리의 숫자가 십의 자리의 숫자보다 크다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라고 하면 자리 수를 바꾸었을 때 처음 수보다 커지므로 일의 자리 숫자가 십의 자리 숫자보다 더 크다.

$$\begin{cases} y - x = 3 \\ 2(10x + y) - 9 = 10y + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - x = 3 \\ 19x - 8y = 9 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 3$, $y = 6$이다.
따라서 처음 수는 36이다.

11. x, y 에 관한 일차방정식 $2a^2 - 2a(x+4) + 2x - 4y = 0$ 은 두 점 $(a,\ -3)$, $(b,\ 2)$ 를 해로 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $3a + 2b$ 의 값은?

① -10　② -5　③ 1　④ 5　⑤ 10

해설

$x = a, y = -3$ 을 주어진 식에 대입을 하면
$2a^2 - 2a(a+4) + 2a + 12 = 0$,
정리하면 $-8a + 2a + 12 = 0$ 이므로 $a = 2$ 이다.
$a = 2,\ x = b,\ y = 2$ 를 주어진 방정식에 대입하면 $b = -8$,
따라서 $3a + 2b = 6 - 16 = -10$ 이다.

12. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=-13 \\ bx+ay=-2 \end{cases}$ 에서 a, b 를 잘못 보고 바꾸어 놓고 풀었더니 $x=2$, $y=1$ 을 얻었다. 처음 주어진 연립방정식을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

▷ 정답 : $y=2$

해설

잘못된 식에 x, y 값을 대입하면

$$\begin{cases} bx+ay=-13 \\ ax+by=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a+2b=-13 \\ 2a+b=-2 \end{cases}$$

$\therefore\ a=3,\ b=-8$

따라서

$$\begin{cases} ax+by=-13 \\ bx+ay=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-8y=-13 \\ -8x+3y=-2 \end{cases}$$

하면, $x=1$, $y=2$ 이다.

13. 둘레의 길이가 400 m 인 트랙을 A, B 두 사람이 같은 지점에서 동시에 반대 방향으로 출발하면 20 초후에 만나고, 동시에 같은 방향으로 달리면 1 분 40 초 후에 다시 만난다고 한다. A, B 두 사람의 속력 (m/s)을 순서대로 구하시오. (단, B 는 A 보다 빠르다고 한다)

▶ 답 : _____ m/s

▶ 답 : _____ m/s

▷ 정답 : 8 m/s

▷ 정답 : 12 m/s

해설

A 속력 x m/s , B 속력 y m/s라 하면
A, B 두 사람이 같은 지점에서 동시에 반대 방향으로 트랙을 돌아서 처음 서로 만났다 하는 것은 20 초 동안 두 사람이 달린 거리의 합은 트랙의 둘레의 길이와 같다는 것이다.
따라서 $20x + 20y = 400 \cdots$ ㉠이다.
A, B 두 사람이 같은 지점에서 같은 방향으로 달려서 처음 서로 만났다 하는 것은 1 분 40 초 동안 B가 달린 거리와 A가 달린 거리의 차가 트랙의 둘레의 길이와 같다는 것과 같다.
따라서 $100y - 100x = 400 \cdots$ ㉡이다.
㉠의 양변을 20 으로 나누고
㉡의 양변을 100 으로 나눈 다음 연립 방정식을 풀면
$x + y = 20$
$x - y = -4$
위의 두 식을 빼면 $2y = 24$
$y = 12$, $x = 8$
∴ A 속력 8 m/s, B 속력 12 m/s

14. 네 자리 자연수 $abcd$ 가 있다. 두 자리 수 ab 에 11 을 더해 $a'b'$ 이라 하고 두 자리 수 cd 에 11 을 빼서 $c'd'$ 이라 하여 만든 수 $c'd'a'b'$ 는 원래 수 $abcd$ 보다 3267 만큼 작다. 또, 두 자리 수 ab 를 4 로 나눈 값은 두 자리 수 cd 를 2 로 나눈 값보다 10 만큼 작다. 이러한 네 자리 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8462

해설

$x = 10a + b,\ y = 10c + d$ 라 가정하면 $abcd = 100x + y$ 이므로
$c'd'a'b' = 100(y - 11) + x + 11$
네 자리 자연수 $c'd'a'b'$ 는 $abcd$ 보다 3267 만큼 작으므로
$100(y - 11) + x + 11 = 100x + y - 3267$
$\therefore\ x - y = 22$
또, ab 를 4 로 나눈 값은 두 자리 수 cd 를 2 로 나눈 값보다 10 만큼 작으므로
$\frac{x}{4} = \frac{y}{2} - 10$
$\therefore\ 2y - x = 40$
따라서 $x = 84,\ y = 62$, 네 자리 자연수는 8462 이다.

15. 어떤 도시가 A 구와 B 구로 나뉘어져 있다. 만약 A 구의 인구의 $\frac{1}{4}$을 B 구로 이동시키면, A 구의 인구는 B 구의 인구의 절반이 되고, B 구의 인구 중 10 만 명이 다른 도시로 빠져나간다면, 두 구의 인구수는 같아진다고 할 때, 도시 전체의 인구수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 명

▷ 정답 : 90 만 명

해설

현재 A 구의 인구를 x만 명, B 구의 인구를 y만 명이라 하면,

$2(x-\frac{1}{4}x)=y+\frac{1}{4}x$ 에서 $5x=4y$

$y-10=x$ 에서 $y=x+10$

두 식을 연립하여 풀면

$x=40$ 만, $y=50$ 만

따라서 도시 전체의 인구수는 A 구와 B 구의 인구수의 합과 같으므로 90 만 명이다.