

1. 분수 $\frac{2}{13}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 50 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\frac{2}{13} = 0.\dot{1}53846\dot{1}53846\cdots = 0.\dot{1}5384\dot{6}$ 이므로 $50 \div 6 = 8\cdots 2$ 이다.

따라서 소수점 아래 50 번째 숫자는 5이다.

2. 재석이네 반에서 매주 실시하는 수학퀴즈 대회에서 5 명의 학생에게 다음과 같은 문제가 주어졌다. 정답을 바르게 쓴 학생을 말하여라.

문제) 다음 \square 안에 들어갈 수를 모두 더한 값을 구하여라.

$$x - \{5y - 2(y - 3x) + 2\}$$

$$= x - (5y - 2y + 6x + 2)$$

$$= x - (6x + \square y + \square)$$

$$= x - 6x + \square y - 2$$

$$= \square x + \square y - 2$$

서준 : -8, 성진 : -6, 유진 : -4, 명수 : 8, 형인 : 10

▶ 답:

▷ 정답: 성진

해설

$$x - \{5y - 2(y - 3x) + 2\}$$

$$= x - (5y - 2y + 6x + 2)$$

$$= x - (6x + 3y + 2)$$

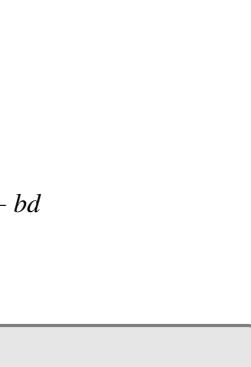
$$= x - 6x + (-3)y - 2$$

$$= (-5)x + (-3)y - 2$$

\square 안에 들어갈 수를 순서대로 나열하면 3, 2, -3, -5, -3이다.

이 수들을 더하면 $3 + 2 + (-3) + (-5) + (-3) = -6$ 이다.

3. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 넓이는 사각형 P, Q, R, S 의 넓이의 합과 같다. 이 사실을 이용하여 나타낼 수 있는 곱셈 공식을 골라라.



- Ⓐ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Ⓑ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Ⓒ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Ⓓ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
Ⓔ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

정사각형 ABCD 의 넓이는 $(a+b)^2$ 이다.
P + Q + R + S 는 정사각형 ABCD 의 넓이와 같다.
 $P = a^2$, $Q = ab$, $R = ab$, $S = b^2$ 이다.
따라서 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 이다.

4. $x + ay = 1$ 의 한 해가 $(1, -1)$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 1, y = -1 \stackrel{\text{을}}{\rightarrow} x + ay = 1$ 에 대입한다.

5. 다음 순환소수를 분수로 나타내면?

$$2.\dot{1}\dot{2}\dot{4}$$

- ① $\frac{701}{990}$ ② $\frac{703}{330}$ ③ $\frac{707}{330}$ ④ $\frac{701}{330}$ ⑤ $\frac{709}{330}$

해설

$$2.\dot{1}\dot{2}\dot{4} = \frac{2124 - 21}{990} = \frac{2103}{990} = \frac{701}{330}$$

6. $0.\dot{5}\dot{4} \div 0.\dot{6}$ 을 계산하여 기약분수로 나타내면 $\frac{b}{a}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$$0.\dot{5}\dot{4} \div 0.\dot{6} = \frac{54}{99} \div \frac{6}{9} = \frac{54}{99} \times \frac{9}{6} = \frac{9}{11}$$

$$\therefore a = 11, b = 9$$

$$\therefore a + b = 20$$

7. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 9^x 을 a 를 사용하여 나타내면?

- Ⓐ $\frac{a^2}{9}$ Ⓑ $\frac{a^3}{9}$ Ⓒ $\frac{a^4}{9}$ Ⓓ $\frac{a^5}{9}$ Ⓕ $\frac{a^6}{9}$

해설

$$a = 3 \times 3^x \quad \therefore 3^x = \frac{a}{3}$$
$$9^x = (3^2)^x = (3^x)^2 = \left(\frac{a}{3}\right)^2 = \frac{a^2}{9}$$

8. 어떤 식 A 의 2 배에서 $-2a + b$ 의 3 배를 빼면 $2a + 5b$ 가 된다. 이 때, 어떤 식 A 를 구하면?

- ① $2a - 4b$ ② $\textcircled{2} -2a + 4b$ ③ $4a - 2b$
④ $-4a + 2b$ ⑤ $4a + 2b$

해설

$$2A - 3(-2a + b) = 2a + 5b$$

$$2A + 6a - 3b = 2a + 5b$$

$$2A = -4a + 8b$$

$$\therefore A = -2a + 4b$$

9. $4x - 3y + 2 = 5x - 6y + 3$ 일 때, $2x - 9y + 5$ 를 y 에 관한 식으로 나타내면?

- ① $-3y + 3$ ② $-7x - 4$ ③ $-3y - 3$
④ $7x - 4$ ⑤ $7x + 4$

해설

$4x - 3y + 2 = 5x - 6y + 3$ 을 x 로 정리하면

$$x = 3y - 1$$

$2x - 9y + 5$ 에 대입하면

$$2(3y - 1) - 9y + 5 = 6y - 2 - 9y + 5 = -3y + 3$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + ay = 8 \end{cases}$ 의 해가 $(2, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \cdots \textcircled{1} \\ x + ay = 8 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①식에 $x = 2, y = b$ 를 대입하면,

$$3 \times 2 - b = 3, \quad b = 3$$

②식에 $x = 2, y = b = 3$ 을 대입하면,

$$2 + a \times 3 = 8, \quad a = 2$$

$$\therefore a + b = 2 + 3 = 5$$

11. 연립방정식 $\begin{cases} x - y = 4a \\ 5x - 3y = 28 - 4a \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 $x = 3y$ 의 관계를 만족할 때, a 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$x = 3y$ 의 관계를 만족하므로 주어진 연립방정식에 대입하면
 $3y - y = 4a$, $y = 2a$

$$5 \times 3y - 3y = 28 - 4a, 12y = 28 - 4a$$

다시 위의 두식을 연립하여 풀면 $a = 1$, $y = 2$ 이다.

12. $3^x \div 3^2 = 81$, $3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^y$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$3^x \div 3^2 = 3^{x-2} = 3^4$$

$$x - 2 = 4$$

$$\therefore x = 6$$

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \cdot 3^5 = 3^6 = 3^y$$

$$\therefore y = 6$$

$$x = 6, y = 6, x - y = 0$$

13. 연립방정식 $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x - 2y = a + 5 \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값이 y 의 값의 2 배라고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$x = 2y$ 이므로 $x + 2y = 8$ 에 대입하면

$$2y + 2y = 8$$

$$4y = 8$$

$$y = 2$$

x 의 값이 y 의 값의 2 배이므로 $x = 4$

(4, 2)를 $3x - 2y = a + 5$ 에 대입하면

$$3 \times 4 - 2 \times 2 = a + 5$$

$$8 = a + 5$$

$$\therefore a = 3$$

14. 다음 두 연립방정식의 해가 같을 때, $a + b$ 의 값은?

$$\begin{cases} -7x + 6y = 4 \\ ax + 2y = -12 \end{cases}, \begin{cases} 2x - 5y = b \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$$

- ① -20 ② -15 ③ -10 ④ -5 ⑤ 0

해설

연립방정식 $\begin{cases} -7x + 6y = 4 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$ 를 풀면

$$x = 2, y = 3$$

(2, 3) 을 $ax + 2y = -12$ 에 대입하면

$$2a + 6 = -12 \quad \therefore a = -9$$

(2, 3) 을 $2x - 5y = b$ 에 대입하면

$$4 - 15 = b \quad \therefore b = -11$$

$$\therefore a + b = -20$$

15. 연립방정식 $\begin{cases} 0.2x + 0.4y = 0.4 \\ 0.4x + 0.6y = 0.7 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $x = 1, y = -\frac{1}{2}$ ② $x = 1, y = \frac{1}{2}$
③ $x = -1, y = \frac{1}{2}$ ④ $x = 1, y = 1$
⑤ $x = -1, y = -\frac{1}{2}$

해설

각각의 식에 $\times 10$ 을 하면, $2x + 4y = 4, 4x + 6y = 7$ 이 되므로
두 식을 연립해서 풀면 $x = 1, y = \frac{1}{2}$ 이다.

16. 둘레가 330m인 공원을 A는 걸어서, B는 자전거로 같은 방향으로 돌면, 1분 40초마다 B가 A를 추월한다고 한다. 또, 반대 방향으로 돌면 두 사람이 1분마다 만난다고 한다. A, B의 속력을 순서대로 구하여라. (단, 단위는 m/분이다)

▶ 답: m/min

▶ 답: m/min

▷ 정답: 66 m/min

▷ 정답: 264 m/min

해설

A의 속력을 x m/분, B의 속력을 y m/분 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 330 \cdots \textcircled{\text{1}} \\ \frac{5}{3}y - \frac{5}{3}x = 330 \cdots \textcircled{\text{2}} \end{cases}$$

$$\textcircled{\text{1}} - \textcircled{\text{2}} \times \frac{3}{5} \text{하면 } 2x = 132$$

$$x = 66, y = 330 - 66 = 264$$

$$\therefore A : 66\text{m/분}, B : 264\text{m/분}$$

17. 임의의 자연수 m, n 에 대하여 $x^m y^n = z^{m-n}, x^n y^m = z^{n-m}$ 일 때,
 $\left(\frac{1}{xy}\right)^{m+n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned}x^m y^n &= z^{m-n}, \quad x^n y^m = z^{n-m} \text{에서} \\z^{m-n} \times z^{n-m} &= z^{m-n+n-m} = z^0 = 1 \\x^m y^n \times x^n y^m &= (xy)^{m+n} = 1 \text{에서 } m+n \neq 0 \text{이므로 } xy = 1 \text{이다.} \\\therefore \left(\frac{1}{xy}\right)^{m+n} &= 1^{m+n} = 1\end{aligned}$$

18. 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = -2 \\ bx + ay = 5 \end{cases}$ 를 바르게 풀면 해가 $x = 1, y = 2$

이 나오는데, 수련이는 상수 a, b 를 바꿔 놓고 풀어서 해가 (m, n) 이 나왔다. 이때, $x = m, y = n$ 이라 할 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{cases} ax + by = -2 \\ bx + ay = 5 \end{cases} \quad \text{에 } x = 1, y = 2 \text{ 를 대입하면}$$

$$\begin{cases} a + 2b = -2 \\ b + 2a = 5 \end{cases} \quad \text{가 나오고, 이를 연립하면 } a = 4, b = -3 \text{ 이나온다.}$$

$$\text{수련이가 푼 방정식은 } \begin{cases} bx + ay = -2 \\ ax + by = 5 \end{cases} \quad \text{이므로 } a = 4, b = -3$$

을 대입하면 $x = 2, y = 1$ 가 나온다. 따라서 $m + n = 2 + 1 = 3$ 이 된다.

19. 중고 서점에서 200 권의 책을 1 권에는 120 원, 3 권 묶음에는 280 원, 5 권 묶음에는 400 원에 팔려고 하는데, 이 책을 다 팔면 총 16640 원이 남는다고 한다. 책 3 권 묶음을 될 수 있는 한 적게 만든다고 할 때, 책 5 권 묶음의 개수를 구하여라.

▶ 답:

개

▷ 정답: 36 개

해설

1 권짜리가 x 개, 3 권 묶음이 y 개, 5 권 묶음이 z 개가 있다고 하면

$$\begin{cases} x + 3y + 5z = 200 \dots\dots\dots \textcircled{\text{①}} \\ 120x + 280y + 400z = 16640 \dots\textcircled{\text{②}} \end{cases}$$

① × 120 – ② 을 하면

$$80y + 200z = 7360, 2y + 5z = 184$$

즉, $5z = 2(92 - y)$ 이다.

여기서 $92-y$ 는 5의 배수이므로 y 가 가장 작으려면 $y = 2, z = 36$ 이다.

따라서 책 5 권 묶음의 개수는 36 개이다.

20. 어느 학교의 작년의 학생 수는 1100명이었다. 금년에는 작년보다 남학생이 4% 감소하고 여학생은 6% 증가하여 전체 학생 수는 작년보다 16명 증가하였을 때, 금년의 남학생 수는?

- ① 480 명 ② 500 명 ③ 576 명
④ 600 명 ⑤ 636 명

해설

작년 남학생의 수를 x 명, 작년 여학생의 수를 y 명이라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 1100 \\ -0.04x + 0.06y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1100 \cdots ① \\ -4x + 6y = 1600 \cdots ② \end{cases}$$

① $\times 4 + ②$ 를 하면

$$10y = 6000, y = 600$$

$$x = 500$$

$$\therefore \text{금년의 남학생 수} : 500 - 500 \times 0.04 = 480(\text{명})$$