1. 다음 중 가장 큰 수는 무엇인가?

① $\sqrt{25}$ ② $(-\sqrt{4^2})^2$ ③ $\sqrt{(-8)^2}$

④ $(\sqrt{3})^2$ ⑤ $-\sqrt{16}$

해설

① $\sqrt{25} = 5$
② $(-\sqrt{4^2})^2 = (-4)^2 = 16$
③ $\sqrt{(-8)^2} = 8$
④ $(\sqrt{3})^2 = 3$
⑤ $-\sqrt{16} = -4$
따라서 가장 큰 수는 16 이다.

2. 다음 중 $x^2-6x+2a+4=0$ 이 해를 갖기 위한 a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

① -3 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$D=(-6)^2-4(2a+4)\geq 0$

$9-2a-4\geq 0$, $2a\leq 5$

$\therefore\ a\leq \frac{5}{2}$

3. $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라.

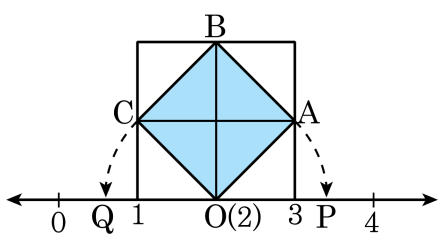
▶ 답:

▷ 정답: 567

해설

$1029 = 7^3 \times 3 = 7^2 \times 21$
$\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되려면
$a = 21 \times$ (제곱수) 이어야 한다.
$21 \times 4 = 84,\ 21 \times 9 = 189,\ \ldots$
$21 \times 25 = 525,\ 21 \times 36 = 756$
$\therefore\ 756 - 189 = 567$

4. 다음 그림은 한 변의 길이가 2 인 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 □OABC 를 그린 것이다. $\overline{OA} = \overline{OP}$, $\overline{OC} = \overline{OQ}$ 일 때, 점 P, Q 의 좌표를 각각 a, b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=4$

해설

$(\square OABC \text{ 넓이}) = 2\times 2 - 4\times\left(\frac{1}{2}\times 1\times 1\right) = 2$

$\therefore \overline{OC} = \overline{OA} = \sqrt{2}$

$\therefore$ P$(2+\sqrt{2})$, Q$(2-\sqrt{2})$ 이므로 $a+b=4$ 이다.

5. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$을 계산하면?

① $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$\frac{\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2})-\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}-3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

6. $y < x < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$을 간단히 하면?

① 0 ② $2x - 2y$ ③ $2x$

④ $2y$ ⑤ $-2y$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2} &= |x-y| + |x+y| \\ &= x - y - (x+y) = -2y\end{aligned}$$

7. 이차방정식 $(x-2)(x-1)-\frac{1}{3}(x^2+1)=3(x-3)$의 근은?

① $x=\frac{9\pm\sqrt{17}}{3}$ ② $x=\frac{9\pm\sqrt{17}}{2}$ ③ $x=\frac{-9\pm\sqrt{17}}{3}$

④ $x=\frac{-9\pm\sqrt{17}}{2}$ ⑤ $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

해설

양 변에 3을 곱하여 정리하면 $2x^2-18x+32=0$이다.

$x^2-9x+16=0$

$\therefore\ x=\frac{9\pm\sqrt{17}}{2}$

8. 다음 식을 간단히 하여라.

$$-\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}-\sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2}\times\sqrt{0.4^2}-\sqrt{(-1.2)^2}$$

▶ 답:

▷ 정답: -1.8

해설

$$-\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}-\sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2}\times\sqrt{0.4^2}-\sqrt{(-1.2)^2}$$
$$=-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\times 0.4-1.2$$
$$=-0.5-0.1-1.2=-1.8$$

9. $\sqrt{2\times3\times7^2\times a}$ 가 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 를 구하면?

① 2　② 3　③ 6　④ 7　⑤ 42

해설

$\sqrt{294a} = \sqrt{2\times3\times7^2\times a}$ 이 정수가 되기 위해서는 근호안의 수가 완전제곱수가 되어야 하므로 $a = 2\times3\times k^2$ 이 되어야 한다.
∴ 가장 작은 자연수 a는 $k = 1$일 때이므로 $a = 2\times3\times1^2 = 6$

10. 신의는 한 변의 길이가 각각 $x\,\text{cm}$, $y\,\text{cm}$ 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 차가 $24\,\text{cm}$ 이고 넓이의 차가 $150\,\text{cm}^2$ 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 합을 구하면?

① $6\,\text{cm}$ ② $25\,\text{cm}$ ③ $50\,\text{cm}$

④ $100\,\text{cm}$ ⑤ $150\,\text{cm}$

해설

$4x-4y=24$ 이므로 $x-y=6$

$x^2-y^2=150$ 이므로 $(x+y)(x-y)=150$

$x+y=25$

$\therefore 4x+4y=100$

11. $(a-b+3)^2-(a+b+3)^2$ 을 간단히 한 것은?

① $-4b(a-3)$ ② $-4a(b+3)$ ③ $-8b(a+3)$

④ $-4a(b-3)$ ⑤ $-4b(a+3)$

해설

$(a-b+3)^2-(a+b+3)^2$

$=\{(a-b+3)+(a+b+3)\}$

$\{(a-b+3)-(a+b+3)\}$

$=(-2b)(2a+6)$

$=-4b(a+3)$

12. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\dfrac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 를 정리하면,

$(a-20)x^2+(2+4c)x+b-12=0$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

따라서 $a-20=0,\ 2+4c=0,\ b-12=0$

$\therefore\ a=20,\ b=12,\ c=-\dfrac{1}{2}$

$abc=20\times12\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-120$

13. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.

② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.

③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

④ $k = 2$ 이면 근이 1 개이다.

⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$(x-1)^2 = 3-k,\ x-1 = \pm\sqrt{3-k}$

$\therefore\ x = 1 \pm \sqrt{3-k}$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 2 개

14. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$을 철수는 상수항을 잘못보고 풀어서 근이 -3, 7이 나왔고, 영희는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 근이 2, -6이 나왔다. 올바른 이차방정식의 근을 구했을 때 두 근의 곱은?

① 4 ② 8 ③ -8 ④ 12 ⑤ -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 근과 계수와의 관계에서
$a = -3 + 7 = 4$
영희는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로
$b = 2 \times (-6) = -12$
따라서 $x^2 - 4x - 12 = 0$, $(x+2)(x-6) = 0$, $x = -2$ 또는 $x = 6$
$\therefore$ 두 근의 곱은 -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로
$(x+3)(x-7) = 0$, $x^2 - 4x - 21 = 0$ 에서 일차항의 계수는 -4
영희는 일차항의 계수를 잘못보았으므로
$(x-2)(x+6) = 0$, $x^2 + 4x - 12 = 0$ 에서 상수항은 -12
따라서 올바른 방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x-6)(x+2) = 0$, $x = 6, -2$
$\therefore$ 두 근의 곱은 -12

15. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 k, $k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

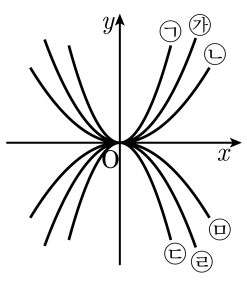
$2x^2 + kx + 8 = 0$

① $x^2 - 11x + 24 = 0$
② $x^2 + 11x + 24 = 0$
③ $x^2 - 11x - 24 = 0$
④ $x^2 + 11x - 24 = 0$
⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0$, $k = \pm 8$
$k < 0$ 이므로 $k = -8$
-8, -3 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은
$x^2 + 11x + 24 = 0$

16. 다음 그림은 모두 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이며, x 축을 기준으로 위, 아래에 놓여있는 그래프는 서로 대칭이다. 그 중 ㉮는 $y = x^2$ 의 그래프이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것을 찾아 기호로 써라.



▶ 답:

▷ 정답: ㉤

해설

$-1 < a < 0$ 이므로 위로 볼록, $|a| < 1$ 이므로 폭은 ㉮ $y = x^2$ 보다 넓은 포물선이다.
따라서 ㉤이다.

17. 이차함수 $y=-x^2+6x+4m-1$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $-2x+y+6=0$ 의 위에 있을 때, 상수 m 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y=-x^2+6x+4m-1$ 을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 바꾸면
$y=-(x-3)^2+8+4m$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 4m+8)$ 이다.
꼭짓점이 직선 $-2x+y+6=0$ 을 지나므로 $-6+4m+8+6=0$,
$4m=-8,\ m=-2$ 이다.

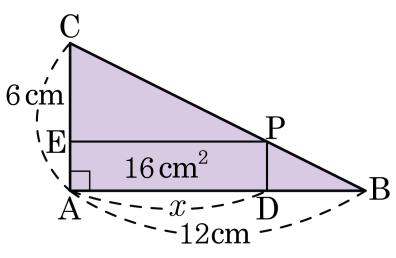
18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3 , −2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x-2)^2 + q$ 이고,
$y = x - 1$ 에서 $(3, 2)$, $(-2, -3)$ 을 지나므로,
$a + q = 2$, $16a + q = -3$ 에서
$a = -\frac{1}{3}$, $q = \frac{7}{3}$ 이므로
$y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$
따라서 $y = a + b + c = 2$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 이었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \backsim \triangle CAB$ (AA닮음) 이므로

$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$

즉, $\overline{CE} : x = 6 : 12$

$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$

따라서 $\overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x$ 이므로 $x\left(6 - \frac{1}{2}x\right) = 16$

$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$

$x^2 - 12x + 32 = (x-4)(x-8) = 0$

$\therefore\ x = 4$ 또는 $x = 8$

그런데 $6 < x < 12$ 이므로 $x = 8(\text{cm})$

20. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{3}-\cfrac{2}{\sqrt{3}-\cfrac{1}{\sqrt{3}-\cfrac{2}{\sqrt{3}-1}}}$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned}\frac{2}{\sqrt{3}-1} &= \sqrt{3}+1\\ (\text{준식}) &= \sqrt{3}-\cfrac{2}{\sqrt{3}-\cfrac{1}{\sqrt{3}-(\sqrt{3}+1)}}\\ &= \sqrt{3}-\frac{2}{\sqrt{3}+1}\\ &= \sqrt{3}-(\sqrt{3}-1)\\ &= 1\end{aligned}$$

21. 기호 $< x >$ 를 x에 가장 가까운 정수라고 하자. 이 때, $< \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} > + < \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} >$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$< x >$는 x 에 가장 가까운 정수이다.
$1 < \sqrt{2} < \sqrt{(1.5)^2} < 2$ 이므로 $< \sqrt{2} >= 1$
(주어진 식)

$$=< \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} > + < \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} >$$

$$=< 2-\sqrt{2} > + < 2+\sqrt{2} >$$

$= 1 + 3 = 4 \quad (\because \ 1 < \sqrt{2} < 1.5)$

22. $\sqrt{2}$ 의 소수 부분을 a, $\frac{1}{a}$ 의 소수 부분을 b 라 할 때, $(a+3)x-(b-3)y=1$ 을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=\frac{1}{6}$

▷ 정답: $y=\frac{1}{6}$

해설

$1<\sqrt{2}<2$ 이므로 $a=\sqrt{2}-1$

$\frac{1}{a}=\sqrt{2}+1$ 이고, $2<\sqrt{2}+1<3$ 이므로 $b=\sqrt{2}-1$

$(a+3)x-(b-3)y=1$ 에 각각 대입하면

$(\sqrt{2}+2)x-(\sqrt{2}-4)y=1$

$(x-y)\sqrt{2}+(2x+4y-1)=0$

따라서 $x-y=0$, $2x+4y-1=0$ 을 연립하면 $x=y=\frac{1}{6}$ 이다.

23. 두 정수 a, b 가 $(a-1)^2 - 4b^2 = 33$ 을 만족할 때, 순서쌍 $(a,\ b)$ 는 모두 몇 개 존재하는가? (단, $a > 2b > 0$)

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$(a-1)^2 - 4b^2 = 33$ 에서
$(a+2b-1)(a-2b-1) = 33$
$a > 2b > 0$ 이므로
$33 \times 1 = 33$ 또는 $11 \times 3 = 33$
따라서 조건을 만족하는 $(a,\ b)$ 는 $(18,\ 8)$, $(8,\ 2)$ 2 개 존재한다.

24. $f(a)=\dfrac{a^2-1}{a^2}$ 일 때, $f(10)\times f(11)\times f(12)\times\cdots\times f(99)$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{9}$ ② $\dfrac{9}{10}$ ③ $\dfrac{10}{11}$ ④ $\dfrac{10}{99}$ ⑤ $\dfrac{20}{99}$

해설

$f(a)=\dfrac{a^2-1}{a^2}=\dfrac{a-1}{a}\cdot\dfrac{a+1}{a}$ 이므로

$f(10)\times f(11)\times f(12)\times\cdots\times f(99)$

$=\dfrac{9}{10}\cdot\dfrac{11}{10}\times\dfrac{10}{11}\cdot\dfrac{12}{11}\times\dfrac{11}{12}\cdot\dfrac{13}{12}\times\cdots\times\dfrac{98}{99}\cdot\dfrac{100}{99}$

$=\dfrac{9}{10}\times\dfrac{100}{99}$

$=\dfrac{10}{11}$

25. 두 수 x, y 가 모두 양의 정수일 때, $(x+y)^2+3x+y=1996$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $y-2x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$x+y \le 44$ 이므로 ($\because$ $44^2 < 1996 < 45^2$)

1) $x+y=44$ 이면,

$$(x+y)^2+3x+y=(x+y)^2+3(x+y)-2y$$
$$=1936+132-2y=1996$$

$\therefore$ $y=36$, $x=8$

2) $x+y \le 43$ 이면,

$2y=(x+y)^2+3(x+y)-1996 \le 43^2+129-1996$

$2y \le -18$

즉, y의 값이 음수이므로 문제의 조건에 적합하지 않다.

따라서 $y=36$, $x=8$이므로 $y-3x=20$이다.

26. 이차방정식 $x^2+5x-3=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2+2bx-c=0$ 의 근은 $\alpha+\beta$, $\alpha^2+\beta^2$ 이다. 이 때, $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 142

해설

근과 계수와의 관계로부터

$\alpha+\beta=-5$, $\alpha\beta=-3$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=(-5)^2+6=31$

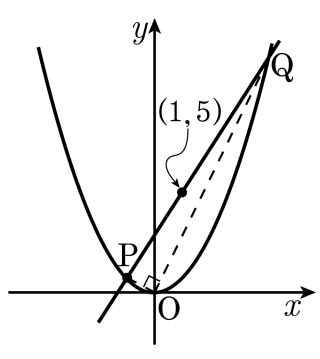
$x^2+2bx-c=0$ 의 근이 $-5, 31$ 이므로

$-2b=-5+31=26$, $b=-13$

$-c=-5\times 31=-155$, $c=155$

$\therefore\ b+c=-13+155=142$

27. 다음 그림과 같이 점 $(1, 5)$를 지나는 직선이 포물선 $y = x^2$과 원점이 아닌 두 점 P, Q에서 만난다. $\angle POQ = 90°$ 일 때, 직선 PQ의 방정식은?



① $y = x + 4$ ② $y = 2x + 3$ ③ $y = 3x + 2$

④ $y = 4x + 1$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

해설

직선 PQ의 기울기를 a라 하면 점 $(1, 5)$를 지나므로 $y - 5 = a(x - 1)$

$\therefore y = ax - a + 5$

$y = x^2$, $y = ax - a + 5$의 교점의 x좌표를 α, β라 할 때,

α, β는 방정식 $x^2 = ax - a + 5$, 즉 $x^2 - ax + a - 5 = 0 \cdots\cdots$ ㉠의 근이다.

점 P (α, α^2), Q (β, β^2)이고, 직선 PO와 QO의 기울기는 각각

$\frac{\alpha^2}{\alpha} = \alpha$, $\frac{\beta^2}{\beta} = \beta$이고,

$\overline{PO} \perp \overline{QO}$이므로 $\alpha\beta = -1 \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $a - 5 = -1$ ($\because$ 근과 계수관계)

$\therefore a = 4$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 4x + 1$

28. x축 위의 두 점 A(5, 0), B(−3, 0)과 이차함수 $y = a(x+1)^2$의 그래프와 직선 $y = -12$와의 두 교점 C, D를 연결한 사각형은 평행사변형일 때, 상수 a의 값을 구하여라. (단, $a < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

□ABCD는 평행사변형이므로 마주 보는 두 변의 길이가 같다.
$\overline{AB} = \overline{CD} = 8$
점 C와 D는 직선 $x = -1$을 중심으로 좌우대칭이므로 B(−5, −12), C(3, −12)
점 C와 점 D는 $y = a(x+1)^2$ 위의 점이므로
$-12 = 16a$
$\therefore\ a = -\frac{3}{4}$

29. $2x+y=a+1$, $x+2y=5(a-2)$ 를 만족하는 x, y 에 대하여 x^2+y^2 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{5}{2}$

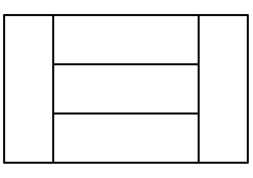
해설

$2x+y=a+1 \cdots$ ㉠
$x+2y=5(a-2) \cdots$ ㉡
㉠ $\times 2-$ ㉡ 을 하면
$3x=-3a+12$, $x=-a+4$
$x=-a+4$ 를 ㉠에 대입하면
$y=3a-7$

$$\begin{aligned} x^2+y^2 &= (-a+4)^2+(3a-7)^2 \\ &= a^2-8a+16+9a^2-42a+49 \\ &= 10a^2-50a+65 \\ &= 10\left(a-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{5}{2} \end{aligned}$$

∴ 최솟값 $\frac{5}{2}$

30. 다음 그림에서 직사각형의 변을 제외한 직사각형 내부의 선분의 길이의 총합이 48 이고, 내부의 5 개의 직사각형의 넓이는 모두 같다. 큰 직사각형의 넓이가 최대일 때의 큰 직사각형의 가로의 길이를 y , 세로의 길이를 x 라 할 때, xy 의 값을 구하여라.

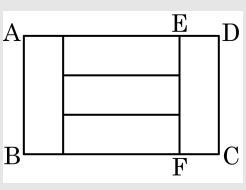


▶ 답:

▷ 정답: 240

해설

그림에서



$\square CDEF = \frac{1}{5}\square ABCD$ 이므로

$\overline{DE} = \frac{1}{5}y$

직사각형 내부 선분의 길이의 합이 48 이므로

$2x + \frac{6}{5}y = 48$,

$\therefore\ y = -\frac{5}{3}x + 40$

직사각형 ABCD 의 넓이를 S 라 하면

$S = xy = x\left(-\frac{5}{3}x + 40\right)$

$= -\frac{5}{3}(x-12)^2 + 240$

$\therefore\ x = 12$ 일 때, 큰 직사각형의 넓이가 최대가 되므로 $y = \left(-\frac{5}{3}\right) \times 12 + 40 = 20$

따라서 $xy = 240$ 이다.