

1. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날 때, a 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

④ -3

⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지나므로
 $27 = a(-3)^2, a = 3$

2. 다음 중 원점을 꼭짓점, y 축을 축으로 하고 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 포물선의 방정식은?

① $y = (x - 1)^2 + 3$

② $y = (x + 1)^2 + 3$

③ $y = x^2 + 2$

④ $y = x^2 + 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

원점을 꼭짓점으로 하고 y 축을 축으로 하는 포물선의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로

$$3 = a \times (-1)^2, a = 3$$

$$\therefore y = 3x^2$$

3. 다음 이차함수 중 $y = \frac{7}{5}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 것은?

① $y = \frac{5}{7}x^2$

② $y = -\frac{5}{7}x^2$

③ $y = -\frac{7}{5}x^2$

④ $y = -x^2$

⑤ $y = \frac{2}{7}x^2$

해설

x 축 대칭이므로 $y = -\frac{7}{5}x^2$

4. 다음 이차함수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① $y = 2x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이다.

② $y = -\frac{1}{3}x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이다.

③ $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 대칭축은 $x = 0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

④ $y = 2x^2$ 은 $y = -2x^2$ 과 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y = \frac{5}{2}x^2$ 의 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

$y = 2x^2$ 은 $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

5. 모양이 $y = 2x^2$ 과 같고, 축의 방정식이 $x = -3$ 이며, 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = 2x^2 + 3$

③ $y = 2(x + 3)^2$

④ $y = -2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(x - 3)^2$

해설

축의 방정식이 $x = -3$ 이고, x 축에 접하므로
 $y = 2(x + 3)^2$ 이다.

6. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은?

① $y = -x^2 + 4x + 1$

② $y = x^2 - 4x + 1$

③ $y = -x^2 + 4x - 7$

④ $y = x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -x^2 + 4x - 3$

해설

$$y = -(x - 2)^2 - 3 = -x^2 + 4x - 7$$

7. 이차함수 $y = -(x + 6)^2 + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -6$

해설

이차함수 $y = -(x + 6)^2 + 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = -6$ 이다.

따라서 구하는 구간은 $x < -6$ 이다.

8. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표를 a , y 축과 교점의 y 좌표를 b 라 할 때, a 와 b 의 값을 구하면?

① $a : -2$ 또는 0 , $b : 0$

② $a : -5$ 또는 -1 , $b : -5$

③ $a : 1$ 또는 -3 , $b : \frac{3}{2}$

④ $a : 1$ 또는 5 , $b : 5$

⑤ $a : 0$ 또는 2 , $b : 0$

해설

$$y = 0 \text{ 을 대입하면 } -2x^2 + 4x = 0$$

$$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

$$x = 0 \text{ 을 대입하면 } y = 0$$

9. 다음은 이차함수 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① y 축을 축으로 한다.
- ② 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.
- ④ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.
- ⑤ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.

꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$ 이다.

$a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.

$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

$y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다. 따라서 ⑤가 옳지 않다.

10. 이차함수 $y = 4(x + 7)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축, y 축 의 방향으로 각각 3, -5 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(0, a)$ 을 지날 때, a 의 값은?

① 22

② 38

③ 54

④ 60

⑤ 76

해설

$y = 4(x + 7)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축, y 축 의 방향으로 각각 3, -5 만큼 평행이동하면 $y = 4(x + 7 - 3)^2 - 5 - 5$, $y = 4(x + 4)^2 - 10$ 이고. 점 $(0, a)$ 을 지나므로 대입하면 $a = 4(0 + 4)^2 - 10$, $a = 54$ 이다.

11. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -2$

② $x < -2$

③ $x < 2$

④ $x > 2$

⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x + 2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

12. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\&= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\&= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

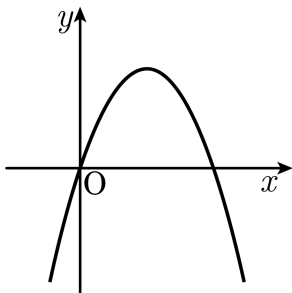
$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\&= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

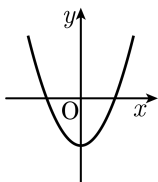
이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

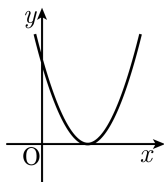
13. $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중에서 $y = x^2 + cx + b$ 의 그래프는?



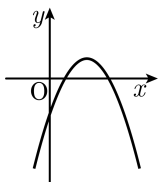
①



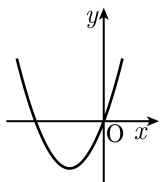
②



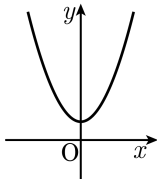
③



④



⑤



해설

주어진 그래프가 위로 볼록하고, 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $b > 0$, y 절편이 0 이므로 $c = 0$ 이다. 따라서 $y = x^2 + cx + b$ 이고, $c = 0$ 이므로 $y = x^2 + b$ 이다.

14. 다음은 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $b^2 - c^2$ 의 값을 구하면?

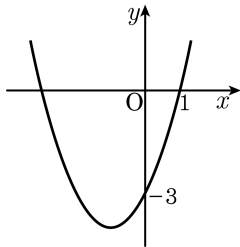
① -5

② -3

③ 0

④ 1

⑤ 5



해설

$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프는 두 점 $(1, 0)$, $(0, -3)$ 을 지나므로 $c = -3$ 이다.

$$0 = 1 + b - 3$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore b^2 - c^2 = -5$$

15. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.
- ② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ④ 아래로 볼록하다.
- ⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

주어진 식을 정리하면 $y = -(x - 2)^2 + 1$

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$
- ② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
- ④ 위로 볼록한 그래프
- ⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

16. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

① $-\frac{3}{4}$

② -1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$$|a| > \left| -\frac{1}{2} \right|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

17. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로

$$0 = -8 - 2b + c, \quad -16 = c$$

$$0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$$

$$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x + 3)^2 + 2$$

$$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x + 3)^2 + 21$$

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.

$$\therefore p + q = 0 - 19 = -19$$

18. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

x 축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

19. 이차함수 $y = 2x^2 + 4px - 3p^2 + p + 4$ 의 그래프의 꼭짓점이 제2사분면 위에 있을 때, p 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $0 < p < 1$

해설

$$y = 2(x^2 + 2px) - 3p^2 + p + 4$$

$$= 2(x + p)^2 - 5p^2 + p + 4 \text{ 이므로}$$

$$\text{꼭짓점은 } (-p, -5p^2 + p + 4)$$

이때, 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있으므로

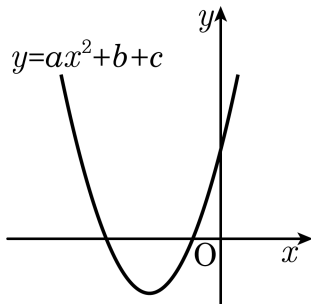
$$-p < 0 \quad \therefore p > 0$$

$$-5p^2 + p + 4 > 0, (5p + 4)(p - 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{4}{5} < p < 1$$

따라서 $0 < p < 1$ 이다.

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $a + b + c > 0$

② $a < 0$

③ $b > 0$

④ $c < 0$

⑤ $a - b + c < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b > 0$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

한편 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

① $f(1) = a + b + c > 0$

⑤ $f(-1) = a - b + c$: 판단할 수 없다.