1. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3,\ 27)$ 을 지날 때, a 의 값은?

① -2 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3,\ 27)$ 을 지나므로

$27 = a(-3)^2,\ a = 3$

2. 다음 중 원점을 꼭짓점, y 축을 축으로 하고 점 $(-1,\ 3)$ 을 지나는 포물선의 방정식은?

① $y=(x-1)^2+3$ ② $y=(x+1)^2+3$

③ $y=x^2+2$ ④ $y=x^2+3$

⑤ $y=3x^2$

해설

원점을 꼭짓점으로 하고 y 축을 축으로 하는 포물선의 식은 $y=ax^2$ 이고, 점 $(-1,\ 3)$ 을 지나므로

$3=a\times(-1)^2$, $a=3$

$\therefore y=3x^2$

3. 다음 이차함수 중 $y=\frac{7}{5}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 것은?

① $y=\frac{5}{7}x^2$ ② $y=-\frac{5}{7}x^2$ ③ $y=-\frac{7}{5}x^2$

④ $y=-x^2$ ⑤ $y=\frac{2}{7}x^2$

해설

x 축 대칭이므로 $y=-\frac{7}{5}x^2$

4. 다음 이차함수에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $y = 2x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이다.

② $y = -\frac{1}{3}x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이다.

③ $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 대칭축은 $x = 0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$ 이다.

④ $y = 2x^2$ 은 $y = -2x^2$ 과 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y = \frac{5}{2}x^2$ 의 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

$y = 2x^2$ 은 $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

5. 모양이 $y = 2x^2$ 과 같고, 축의 방정식이 $x = -3$ 이며, 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = 2x^2 + 3$

③ $y = 2(x+3)^2$

④ $y = -2(x+3)^2$

⑤ $y = -2(x-3)^2$

해설

축의 방정식이 $x = -3$ 이고, x 축에 접하므로
$y = 2(x+3)^2$ 이다.

6. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은?

① $y = -x^2 + 4x + 1$

② $y = x^2 - 4x + 1$

③ $y = -x^2 + 4x - 7$

④ $y = x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -x^2 + 4x - 3$

해설

$y = -(x-2)^2 - 3 = -x^2 + 4x - 7$

7. 이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -6$

해설

이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = -6$ 이다.
따라서 구하는 구간은 $x < -6$ 이다.

8. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표를 a , y 축과 교점의 y 좌표를 b 라 할 때, a 와 b 의 값을 구하면?

① a : -2 또는 0 , b : 0

② a : -5 또는 -1 , b : -5

③ a : 1 또는 -3 , b : $\frac{3}{2}$

④ a : 1 또는 5 , b : 5

⑤ a : 0 또는 2 , b : 0

해설

$y = 0$ 을 대입하면 $-2x^2 + 4x = 0$

$x^2 - 2x = x(x-2) = 0$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$

$x = 0$ 을 대입하면 $y = 0$

9. 다음은 이차함수 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① y 축을 축으로 한다.

② 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.

④ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

⑤ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$ 이다.
$a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
$y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다. 따라서 ⑤가 옳지 않다.

10. 이차함수 $y = 4(x+7)^2 - 5$ 의 그래프를 x축, y축 의 방향으로 각각 3, -5 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(0,\ a)$ 을 지날 때, a 의 값은?

① 22 ② 38 ③ 54 ④ 60 ⑤ 76

해설

$y = 4(x+7)^2 - 5$ 의 그래프를 x축, y축 의 방향으로 각각 3, -5 만큼 평행이동하면 $y = 4(x+7-3)^2 - 5 - 5$, $y = 4(x+4)^2 - 10$ 이고. 점 $(0,\ a)$ 을 지나므로 대입하면 $a = 4(0+4)^2 - 10$, $a = 54$ 이다.

11. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -2$ ② $x < -2$ ③ $x < 2$

④ $x > 2$ ⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x+2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2,\ 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
$x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

12. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$y = 3x^2 - 12x + 1$

$= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1$

$= 3(x - 2)^2 - 11$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

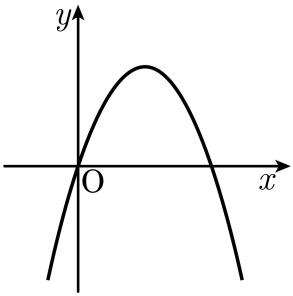
$y = 2(x - 2)^2 - 11$

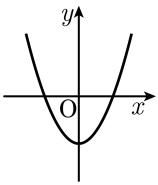
$= 2x^2 - 8x - 3$

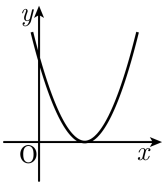
이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

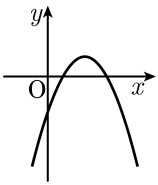
$\therefore\ p - q = -5$

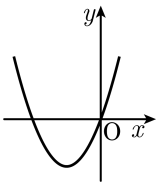
13. $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중에서 $y = x^2 + cx + b$ 의 그래프는?

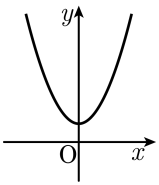


① 

② 

③ 

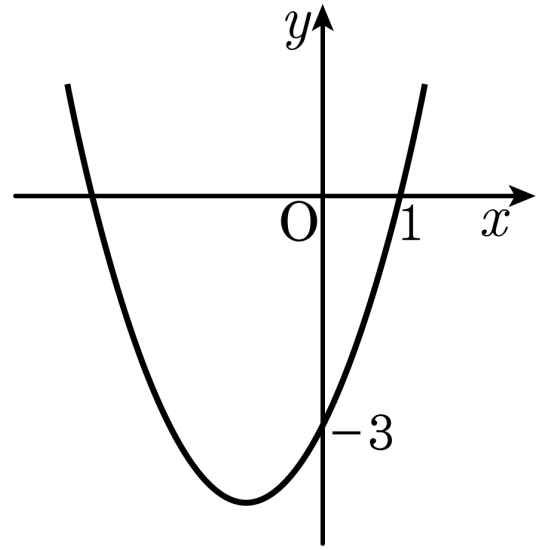
④ 

⑤ 

해설

주어진 그래프가 위로 볼록하고, 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $b > 0$, y 절편이 0 이므로 $c = 0$ 이다. 따라서 $y = x^2 + cx + b$ 이고, $c = 0$ 이므로 $y = x^2 + b$ 이다.

14. 다음은 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $b^2 - c^2$ 의 값을 구하면?



① -5 ② -3 ③ 0

④ 1 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프는 두 점 $(1,\ 0)$, $(0,\ -3)$ 을 지나므로 $c = -3$ 이다.

$0 = 1 + b - 3$

$\therefore b = 2$

$\therefore b^2 - c^2 = -5$

15. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.

② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

④ 아래로 볼록하다.

⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

주어진 식을 정리하면 $y = -(x-2)^2 + 1$

① 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 1)$

② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

④ 위로 볼록한 그래프

⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

16. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고, $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$|a| > \left|-\frac{1}{2}\right|$

$|a| < |2|$

$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2},\ \frac{1}{2} < a < 2$

17. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을
$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.
$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$ 을 지나므로
$0 = -8 - 2b + c,\ -16 = c$
$0 = -8 - 2b - 16 \qquad \therefore\ b = -12$
$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x+3)^2 + 2$
$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x+3)^2 + 21$
꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 21)$ 에서 $(-3,\ 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0,\ q = -19$ 이다.
$\therefore\ p + q = 0 - 19 = -19$

18. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a,\ 2a^2 + 3a - 2 = 0,$

$(2a - 1)(a + 2) = 0$

$\therefore a = \frac{1}{2},\ -2$

x 축과 두 점에서 만나므로

$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0\ ,\ a < \frac{1}{3}$

$\therefore\ a = -2$

19. 이차함수 $y = 2x^2 + 4px - 3p^2 + p + 4$ 의 그래프의 꼭짓점이 제2사분면 위에 있을 때, p 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $0 < p < 1$

해설

$y = 2(x^2 + 2px) - 3p^2 + p + 4$

$= 2(x + p)^2 - 5p^2 + p + 4$ 이므로

꼭짓점은 $(-p,\ -5p^2 + p + 4)$

이때, 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있으므로

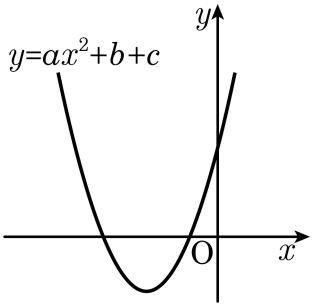
$-p < 0 \quad \therefore\ p > 0$

$-5p^2 + p + 4 > 0,\ (5p + 4)(p - 1) < 0$

$\therefore\ -\frac{4}{5} < p < 1$

따라서 $0 < p < 1$ 이다.

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $a + b + c > 0$ ② $a < 0$ ③ $b > 0$

④ $c < 0$ ⑤ $a - b + c < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

축의 방정식 $x = -\dfrac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b > 0$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

한편 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

① $f(1) = a + b + c > 0$

⑤ $f(-1) = a - b + c$: 판단할 수 없다.