

1. 삼차방정식 $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$x^3 + 3^3 = 0, (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3, \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{합} : -3 + \frac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서 x^2 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

2. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1)=0$$

$$\therefore x=-1, 1, 2$$

$$\therefore -1+1+2=2$$

3. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$x^4 = 16$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 16 = 0$ 에서
 $(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$
 $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$
 $\therefore x = \pm 2$ 또는 $x = \pm 2i$
 $\therefore$ 모든 해의 합은 $(-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0$

4. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

- ① (2,3)

② (-2,3)

③

(3,2)
- ④ (3,-2)

⑤ (-3,-2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣×3을 하면 $-4y = -8$
∴ $y = 2$ 를 ㉣대입하면 $x = 3$
∴ $x = 3, y = 2$

5. 다음 연립방정식의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$, $z = \gamma$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 10 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x + y - 2z = 3 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x - 2y + z = 5 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉢} \times 3$ 을 하면 $-x + 3y = -5 \cdots \cdots \textcircled{㉣}$
 $\textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \times 2$ 를 하면 $5x - 3y = 13 \cdots \cdots \textcircled{㉤}$
 $\textcircled{㉣} + \textcircled{㉤}$ 을 하면 $4x = 8 \therefore x = 2$
 $x = 2$ 를 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하면 $-2 + 3y = -5 \therefore y = -1$
또, $x = 2$, $y = -1$ 을 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하면
 $2 - 2 \cdot (-1) + z = 5$
 $\therefore z = 1$
 $\therefore x = 2, y = -1, z = 1$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 4 + 1 + 1 = 6$

6. 연립방정식 $\begin{cases} px+y=1 \\ x+py=1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때의

p 값으로 알맞은 것은?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ -2

해설

$ax+by=c, dx+ey=f$ 일때,

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$ 이면 해가 없음,

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ 이면 해가 무수히 많다.

$p = \frac{1}{p} \neq 1$

$\therefore p = -1$

7. 연립방정식 $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ xy - y^2 = 6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x = p, y = q$ 또는 $x = r, y = s$ 이다. $p + q + r + s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x - 2y = 1 & \cdots \textcircled{A} \\ xy - y^2 = 6 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x = 2y + 1 \cdots \cdots \textcircled{C}$

②을 ②에 대입하여 정리하면

$$y^2 + y - 6 = 0(y - 2)(y + 3) = 0$$

$$\therefore y = 2, -3$$

$y = 2, y = -3$ 을 ③에 대입하면

$$\text{각각 } x = 5, x = -5$$

$$\therefore x = 5, y = 2 \text{ 또는 } x = -5, y = -3$$

8. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x=y+1$ 을 ②에 대입하면,

$$(y+1)^2+y^2=5$$

$$y^2+y-2=0$$

$$(y+2)(y-1)=0$$

$$\therefore y=-2 \text{ 또는 } y=1$$

$$y=-2 \text{ 를 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=-1$$

$$y=1 \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=2$$

$$\therefore xy=2$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

②를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$$

$$5=1^2+2xy$$

$$\therefore xy=2$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

11. 연립이차방정식 $\begin{cases} 3x^2 + y = 6 \\ 9x^2 - y^2 = 0 \end{cases}$ 를 만족시키는 x 값의 모두 더하면?

- ① 0 ② 15 ③ 10 ④ -10 ⑤ -15

해설

$9x^2 - y^2 = 0$ 에 $3x^2 + y = 6$ 을 대입하면
 $9x^2 - (-3x^2 + 6)^2 = -9x^4 + 45x^2 - 36 = 0$
 $x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0$
 $\therefore x = \pm 1, \pm 2$
 $\therefore x$ 의 합은 $+1 - 1 + 2 - 1 = 0$

12. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

13. a, b 가 실수이고 방정식 $x^3 + ax^2 - 4x + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

계수가 실수이므로 $1 + i$ 가 근이면 $1 - i$ 도 근이다. 다른 한 근을 α 라고 하면삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해

$$(1 + i) + (1 - i) + \alpha = -a \cdots \textcircled{1}$$

$$(1 + i)(1 - i) + (1 + i)\alpha + (1 - i)\alpha = -4 \cdots \textcircled{2}$$

$$(1 + i)(1 - i)\alpha = -b \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } \alpha = -3$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{3} \text{에 각각 대입하면 } a = 1, b = 6$$

$$\therefore a + b = 7$$

해설

[별해1] 계수가 실수이므로 $1 + i$ 가 근이면 $1 - i$ 도 근이다. 따라서 주어진 방정식의 좌변은 $\{x - (1 - i)\} \{x - (1 + i)\} = x^2 - 2x + 2$ 로 나누어 떨어진다. 실제로 나눗셈을 하여 정리하면 $x^3 + ax^2 - 4x + b = (x^2 - 2x + 2)(x + a + 2) + (2a - 2)x + b - 2a - 4$
 $\therefore 2a - 2 = 0, b - 2a - 4 = 0$

$$\therefore a = 1, b = 6$$

주어진 방정식에 $1 + i$ 를 대입하여 복소수의 상등을 이용해도 된다.

14. 허수 w 가 $\omega^3 = 1$ 을 만족할 때, $\omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} w^3 = 1 &\Rightarrow (\omega - 1)(\omega^2 + \omega + 1) = 0 \\ &\Rightarrow \omega^2 + \omega + 1 = 0, \omega^3 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5 \\ = \omega + \omega^2 + 1 + \omega + \omega^2 \\ = (\omega^2 + \omega + 1) + \omega^2 + \omega = -1 \end{aligned}$$

15. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

16. 다음 방정식을 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.

$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : 3

해설

$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$ 에서 $x^2y^2 + 4x^2 + y^2 + 4 - 8xy = 0$

이것을 완전제곱식의 꼴로 변형하면

$(x^2y^2 - 4xy + 4) + (4x^2 - 4xy + y^2) = 0$

이 때, x, y 가 실수이므로 $xy - 2, 2x - y$ 도 실수이다.

$\therefore xy - 2 = 0 \quad \cdots \textcircled{\text{A}},$

$2x - y = 0 \quad \cdots \textcircled{\text{B}}$

$\textcircled{\text{B}}$ 에서 $y = 2x$ 이고, 이것을 $\textcircled{\text{A}}$ 에 대입하면 $x^2 = 1$

따라서, $x = 1$ 일 때 $y = 2, x = -1$ 일 때 $y = -2$

그러므로 x, y 의 값은 $x = \pm 1, y = \pm 2$ (복부호 동순)

따라서 x, y 의 합은 $-3, 3$

17. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, x^{180} 의 값을 구하면?

- ① 180 ② -180 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 양변에

$(x + 1)$ 을 곱하면, $x^3 + 1 = 0$

$x^3 = -1 \Rightarrow x^{180} = (x^3)^{60} = (-1)^{60} = 1$

18. $x^3 = 1$ 의 한 허근이 ω 일 때, $\omega^{10} + \omega^5 + 1$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$w^3 = 1,$$

$$x^3 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0 \text{의 한 허근이 } \omega$$

$$\Rightarrow w^2 + w + 1 = 0$$

$$\omega^{10} + \omega^5 + 1 = (w^3)^3 w + w^2 \cdot w^3 + 1$$

$$= w^2 + w + 1$$

$$= 0$$

19. x, y 가 정수일 때 방정식 $xy - x - 2y - 2 = 0$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 6개

해설

$$xy - x - 2y - 2 + 4 = 4$$

$$x(y-1) - 2(y-1) = (x-2)(y-1) = 4$$

따라서

$x - 2 = 1, y - 1 = 4$ 일 때, $x = 3, y = 5$

$x - 2 = 2, y - 1 = 2$ 일 때, $x = 4, y = 3$

$$x - 2 = 4, y - 1 = 1 \text{ 일 때, } x = 6, y = 2$$

$$x-2=-1, y-1=-4 \text{ 일 때, } x=1, y=-3$$

$$x-2=4, y-1=-1 \text{ 일 때, } x=6, y=0$$

$x-2=4, y-1=-1$ 일 때, $x=6, y=0$
 $x-2=1, y-1=4$ 일 때 $x=3, y=5$

따라서 스터싸으 (2, 5), (4, 2), (6, 2), (1, 2)

따라서 순서쌍은 $(3, 5), (4, 3),$
 $(5, 5), (5, 5)$ 의 모든 6개이다.