

1. 다음 중 무리수에 대한 설명이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 순환하지 않는 무한소수

② 분수로 나타낼 수 없는 수
- ③ 유한소수

④ 순환소수
- ⑤ 유리수가 아닌 수

해설

③ ④ 유한소수, 순환소수는 유리수이다.

2. $\sqrt{12} \times \sqrt{18} = a\sqrt{a}$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{12} \times \sqrt{18} &= 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{6} \\ &= a\sqrt{a}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 6$$

3. 제곱근 $\sqrt{(-4)^2}$ 를 A , $\frac{1}{4}$ 의 음의 제곱근을 B 라 할 때, AB 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\sqrt{(-4)^2} = 4$$

$$(\text{제곱근 } 4) = \sqrt{4} = 2 = A$$

$$\left(\frac{1}{4} \text{의 음의 제곱근}\right) = -\frac{1}{2} = B$$

$$\therefore AB = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

4. $x^2 + Ax + 24$ 가 $(x + a)(x + b)$ 로 인수분해될 때, 정수 A 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$ab = 24$ 이므로 (a, b) 를 구해보면
 $(1, 24), (2, 12), (3, 8), (4, 6), (-1, -24), (-2, -12), (-3, -8), (-4, -6)$ 이다.
 $A = a + b$ 이므로
최댓값 : $1 + 24 = 25$
최솟값 : $-1 - 24 = -25$
 $\therefore 25 - 25 = 0$

5. 부등식 $2x + 5 \leq x + 6$ 의 자연수의 해가 중근을 갖는 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해 일 때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$2x + 5 \leq x + 6, x \leq 1$$

이를 만족하는 자연수는 1 뿐이다.

따라서 $x = 1$ 이 주어진 이차방정식의 중근이므로

$$x^2 + ax + b = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\therefore a = -2, b = 1$$

6. 이차방정식 $x^2 - (m+2)x + m + 6 = 0$ 의 두 근의 비가 1 : 3 일 때, m 의 값을 구하여라. (단, 두 근은 양수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 근을 $a, 3a$ 라고 하면 근과 계수의 관계로부터

$$a + 3a = m + 2, 4a = m + 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$a \times 3a = m + 6, 3a^2 = m + 6 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 에서 $m = 3a^2 - 6$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$4a = 3a^2 - 6 + 2$$

$$3a^2 - 4a - 4 = 0$$

$$(3a + 2)(a - 2) = 0$$

두 근이 양수이므로 $a = 2$

$$\therefore m = 4 \times 2 - 2 = 6$$

7. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + b$ 가 두 점 $(1, 8)$, $(-1, 4)$ 를 지날 때, 이 이차함수의 최댓값 또는 최솟값은?

- ① 최댓값: 4 ② 최솟값: 4
③ 최댓값: 1, 최솟값: 3 ④ 최댓값: 6
⑤ 최솟값: 1

해설

$y = x^2 + 2ax + b$ 가 두 점 $(1, 8)$, $(-1, 4)$ 를 지나므로

$$8 = 1 + 2a + b, 4 = 1 - 2a + b$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 5$$

$$\therefore y = x^2 + 2x + 5 = (x + 1)^2 + 4$$

따라서 $x = -1$ 일 때, 최솟값은 4

8. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(150) - f(99)$ 의 값은?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$f(150) - f(99)$ 는 $\sqrt{99}$ 초과 $\sqrt{150}$ 이하의 자연수의 개수이다.
 $\sqrt{99} < 10, 11, 12 \leq \sqrt{150}$
 $\therefore$ 3개

9. $\sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{3})^2 - \sqrt{3}\left(\sqrt{24} - \frac{3}{\sqrt{3}}\right) = a + b\sqrt{2}$ 의 꼴로 나타낼 때, $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① -15

② 15

③ -9

④ 9

⑤ 0

해설

$$6 + 12 - 6\sqrt{2} + 3 = 21 - 6\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 21, b = -6$$

$$\therefore a + b = 21 - 6 = 15$$

10. $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{9}}$ 를 계산하면?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8} = -1 + \sqrt{9} = -1 + 3 = 2$$

11. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}-\frac{9}{\sqrt{3}}\right)$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241
6	2.449	2.452	2.454
7	2.646	2.648	2.650
8	2.828	2.830	2.832

- ① 1.414
- ② -1.732
- ③ 1.732
- ④ -2.449
- ⑤ 2.449

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\sqrt{6}=-2.449$$

12. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, $\square$ 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \square y^2)(x + \square y)(x - \square y)$$

- ① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y) \\ \therefore 9 + 3 + 3 &= 15 \end{aligned}$$

13. 어떤 무리수 x 가 있다. x 의 소수 부분을 y 라 할 때 x 의 제곱과 y 의 제곱의 합이 33이다.

무리수 x 의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$

③ $x = \frac{5 + \sqrt{37}}{3}$

⑤ $x = \frac{3 + \sqrt{37}}{4}$

② $x = \frac{2 + \sqrt{41}}{5}$

④ $x = \frac{-2 + \sqrt{41}}{5}$

해설

$$x^2 + y^2 = 33, \quad 0 \leq y < 1$$

$$0 \leq y^2 = 33 - x^2 < 1, \quad \sqrt{32} < x \leq \sqrt{33}$$

따라서 x 의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$

$$x^2 + (x - 5)^2 = 33$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} \quad (\because x > 0)$$

14. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

① 6 권 ② 9 권 ③ 12 권 ④ 16 권 ⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x + 7)$ 명이라 하면,

$$x(x + 7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x + 16)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x > 0)$$

15. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore c = -\frac{9}{2}$

16. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (2, 3) 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a 의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

① $a < -\frac{4}{3}$

② $a \leq -\frac{4}{3}$

③ $a < \frac{3}{4}$

④ $a \leq -\frac{4}{3}$

⑤ $a > \frac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다면

$a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.

$a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.

꼭짓점이 (2, 3) 이므로 $y = a(x - 2)^2 + 3$ 이다.

즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.

여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.

$$4a + 3 \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{3}{4}$$

17. 세 점 $(-1, -5)$, $(0, 5)$, $(2, 13)$ 을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 일 때, $p - q$ 의 값은?

① 1 ② 5 ③ -5 ④ -1 ⑤ -11

해설

이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 놓으면

$(-1, -5)$ 를 지나므로 $-5 = a - b + 5$

$(0, 5)$ 를 지나므로 $5 = c$

$(2, 13)$ 을 지나므로 $13 = 4a + 2b + 5$

$\therefore a = -2, b = 8, c = 5$

따라서 주어진 이차함수의 식은

$y = -2x^2 + 8x + 5 = -2(x - 2)^2 + 13$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(2, 13)$ 이므로

$p - q = -11$ 이다.

18. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

- ① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \text{ 이므로 } m \text{ 의 최댓값은 } -\frac{7}{8} \text{ 이다.}$$

19. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

- ① 1 ② -2 ③ 3 ④ -4 ⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$$M = k^2 + 4k \text{ 이므로}$$

$$M = (k + 2)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

20. $\sqrt{\frac{2x}{k}}$ 의 정수 부분을 a 라고 할 때, $a = 5$ 를 만족하는 x 의 개수가 11개이다. 자연수 k 의 값을 구하여라. (단, $\frac{2x}{k}$ 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

해설

$$5 \leq a < 6 \text{ 이므로 } 5 \leq \sqrt{\frac{2x}{k}} < 6$$

$$25 \leq \frac{2x}{k} < 36$$

$$\frac{25}{2}k \leq x < \frac{36}{2}k$$

이를 만족하는 x 의 개수가 11개이므로,

$$\frac{36}{2}k - \frac{25}{2}k = 11$$

$$(36 - 25)k = 22$$

$$\therefore k = 2$$

21. $x^2 + ax + 15$ 가 $(x + b)(x + c)$ 로 인수분해될 때, 상수 a 의 최댓값을 구하여라.(단, a, b, c 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$(x + b)(x + c) = x^2 + (b + c)x + bc$$

$bc = 15$ 인 b 와 c 의 조합을 찾는다.

b, c 가 1, 15일 때, $a = 16$

b, c 가 3, 5일 때, $a = 8$

따라서 a 의 최댓값은 16이다.

22. $a = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}, b = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 일 때,

$\sqrt{a^2 - ab + b^2 + 3}$ 의 값은?

- ① $5\sqrt{3}$ ② 10 ③ $10\sqrt{3}$ ④ $10\sqrt{6}$ ⑤ 15

해설

$$a = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = 5 + 2\sqrt{6},$$

$$b = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\therefore a - b = 4\sqrt{6}, ab = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{a^2 - ab + b^2 + 3} &= \sqrt{(a - b)^2 + ab + 3} \\ &= \sqrt{96 + 1 + 3} = \sqrt{100} \\ &= 10 \end{aligned}$$

23. $50\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{55}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 50 \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \right\} \left\{ \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \right\} \\ &\cdots \left\{ \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 + \frac{1}{9}\right) \right\} \left\{ \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 + \frac{1}{10}\right) \right\} \\ &= 50 \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \right) \times \\ &\cdots \left(\frac{7}{8} \times \frac{9}{8} \right) \times \left(\frac{8}{9} \times \frac{10}{9} \right) \times \left(\frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \right) \\ &= 50 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} \\ &= \frac{55}{2} \end{aligned}$$

24. $2a^2x + ax - 15x = a + 3$ 을 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$2a^2x + ax - 15x = a + 3$$

$$(2a^2 + a - 15)x = a + 3$$

해가 없을 때이므로

$$2a^2 + a - 15 = 0, a + 3 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$2a^2 + a - 15 = 0, (a + 3)(2a - 5) = 0$$

$$a + 3 \neq 0 \text{ 이므로 } 2a - 5 = 0, a = \frac{5}{2} \text{ 이다.}$$

25. $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^{2n-1}}{(m^{n-1} + m^{n-2})(m^{n-2} + m^{n-3})}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 이므로 $m^2 - m - 1 = 0$

$$m^2 = m + 1$$

$$m^3 = m^2 + m$$

$$m^4 = m^3 + m^2$$

$\vdots$

$$m^n = m^{n-1} + m^{n-2}$$

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{m^{2n-1}}{(m^{n-1} + m^{n-2})(m^{n-2} + m^{n-3})} \\ &= \frac{m^{2n-1}}{m^{2n-1}} \\ &= \frac{m^n m^{n-1}}{m^{2n-1}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

26. 다음 식의 값을 구하여라.

$$5 - \frac{6}{5 - \frac{6}{5 - \frac{6}{5 - \dots}}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

주어진 식을 x 라고 하면 $x = 5 - \frac{6}{x}$

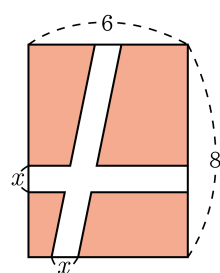
$x = 5 - \frac{6}{x}$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 = 5x - 6, \quad x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

27. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이가 35 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

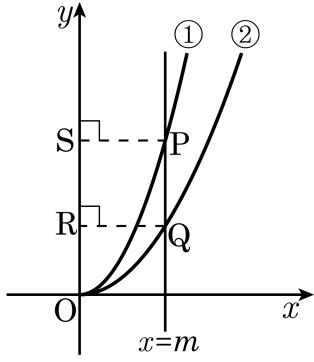
$$\begin{aligned} (\text{색칠한 부분의 넓이}) &= (6-x)(8-x) \\ &= 48 - 8x - 6x + x^2 \\ &= 35 \end{aligned}$$

$$x^2 - 14x + 13 = 0$$

$$\therefore (x-1)(x-13) = 0$$

그런데 $0 < x < 6$ 이므로 $x = 1$ 이다.

28. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{3}{4}x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{1}$, $y = \frac{1}{3}x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프이다. y 축에 평행한 직선 $x = m (m > 0)$ 이 $\textcircled{1}$ 과 만나는 점을 P, $\textcircled{2}$ 와 만나는 점을 Q라 하고, 두 점 P, Q에서 y 축에 내린 수선이 y 축과 만나는 점을 각각 S, R이라 할 때, $\square PQRS$ 가 정사각형이 되는 m 의 값을 구하면?



- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{13}{5}$

해설

$\square PQRS$ 가 정사각형이 되려면

$\frac{3}{4}m^2 - \frac{1}{3}m^2 = m$ 이어야 한다.

이것을 풀면 $\frac{5}{12}m^2 = m$

따라서 $m > 0$ 이므로 $m = \frac{12}{5}$ 이다.

29. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나고, 이 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-3, -5)$ 일 때, apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{75}{4}$

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q)

y 축 대칭하면 $(-p, q) = (-3, -5)$

$\therefore p = 3, q = -5$

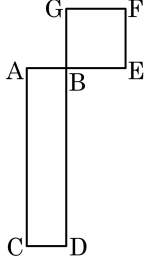
$y = a(x - 3)^2 - 5$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로

$0 = a(1 - 3)^2 - 5$

$\therefore a = \frac{5}{4}$

$\therefore apq = \frac{5}{4} \times 3 \times (-5) = -\frac{75}{4}$

30. 다음 그림과 같이 선분 AB의 연장선 위에 $\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이 되도록 점 E를 잡고 선분 BE를 한 변으로 하는 정사각형 BEFG를 그릴 때, 선분 GD의 길이는 12이다. 이때 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{576}{13}$

해설

$\overline{AB} = x$ 라 하면

$\overline{AB} : \overline{BE} = 2 : 3$ 이므로

$$\overline{BE} = \frac{3}{2}x = \overline{BG}$$

$$\overline{BD} = 12 - \overline{BG} = 12 - \frac{3}{2}x = \overline{AC}$$

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= x^2 + \left(12 - \frac{3}{2}x\right)^2 \\ &= \frac{13}{4}\left(x - \frac{72}{13}\right)^2 + \frac{576}{13}\end{aligned}$$

따라서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 의 최솟값은 $\frac{576}{13}$ 이다.