1. 다음 포물선 중에 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = -\frac{1}{3}x^2$
④ $y = -\frac{5}{4}x^2$ ⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$

해설
$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

2. 이차함수 $y = -x^2 + 4bx - 4b^2 + b - 7$ 의 꼭짓점이 제 4 사분면에 있기 위한 b 의 값의 범위로 옳은 것은?

① $b < 0$　② $b < 7$　③ $0 < b < 7$

④ $-7 < b < 0$　⑤ $b < 0, b > 7$

해설

$y = -x^2 + 4bx - 4b^2 + b - 7 = -(x - 2b)^2 + b - 7$, 꼭짓점의 좌표가 $(2b,\ b - 7)$ 이다.

$\therefore 2b > 0,\ b - 7 < 0$ 즉, $b > 0,\ b < 7$ 이므로 $0 < b < 7$ 이다.

3. $75x^2 - 12y^2 = a(bx+cy)(bx-cy)$ 일 때, 자연수 a , b , c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 26 ⑤ 28

해설

$75x^2 - 12y^2 = 3(25x^2 - 4y^2) = 3(5x+2y)(5x-2y)$

$\therefore a = 3,\ b = 5, c = 2$

$\therefore a + b + c = 10$

4. 이차방정식 $(3x-4)^2 = 4$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = \frac{2}{3}$

해설

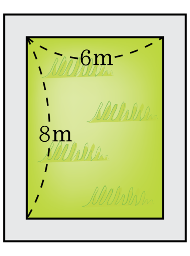
$(3x-4)^2 = 4$

$3x - 4 = \pm 2$

$3x = 4 \pm 2,\ x = \frac{4 \pm 2}{3}$

$\therefore\ x = 2$ 또는 $x = \frac{2}{3}$

5. 가로, 세로의 길이가 6 m, 8 m 인 직사각형 모양의 공원에서 둘레 밖으로 너비가 일정한 길을 만들었더니 길의 넓이가 32 m^2 가 되었다. 길의 너비는 몇 m 인지 구하여라.



▶ 답: ____ m

▷ 정답: 1 m

해설

길의 너비를 x m라 하면

$(6+2x)(8+2x)-48=32$

$4x^2+28x-32=0$

$x^2+7x-8=0$

$(x+8)(x-1)=0$

$x=1$ 또는 $x=-8$

$x>0$이므로 $x=1$이다.

6. 다음은 이차함수 $y = -(x+1)^2 - 4$에 대한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -4)$이다.

② 축의 방정식은 $x = -1$이다.

③ y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ -4)$이다.

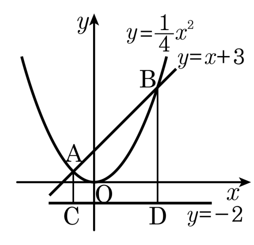
④ $x < -1$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

⑤ $y = -x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.

해설

③ y축과의 교점은 $x = 0$일 때, y의 좌표이다.
$x = 0$을 대입하면
$y = -(0+1)^2 - 4 = -5$
따라서 y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ -5)$

7. 다음 그림에서 포물선 $y = \frac{1}{4}x^2$ 과 직선 $y = x+3$ 이 만나는 두 점 A, B 에서 직선 $y = -2$ 에 내린 수선의 발을 C, D 라 할 때, 사각형 ABDC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답：

▷ 정답： 56

해설

$\frac{1}{4}x^2 = x + 3$
$x^2 - 4x - 12 = 0$
$(x - 6)(x + 2) = 0$
$x = -2$ 또는 $x = 6$

A$(-2,\ 1)$, B$(6,\ 9)$ 이므로 $\overline{\mathrm{CA}} = 3$, $\overline{\mathrm{DB}} = 11$, $\overline{\mathrm{CD}} = 8$ 이다.

따라서 사각형 ABDC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (3 + 11) \times 8 = 56$ 이다.

8. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$3+\sqrt{3},\ 2\sqrt{3}-1,\ 1+\sqrt{2},\ \sqrt{3}-2,\ 6-\sqrt{3}$

① $3+\sqrt{3}$　② $2\sqrt{3}-1$　③ $1+\sqrt{2}$
④ $\sqrt{3}-2$　⑤ $6-\sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$
$3+\sqrt{1}<3+\sqrt{3}<3+\sqrt{4}$
$\therefore\ 4<3+\sqrt{3}<5$
② $2\sqrt{3}-1=\sqrt{12}-1$
$\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$
$\sqrt{9}-1<\sqrt{12}-1<\sqrt{16}-1$
$\therefore\ 2<\sqrt{12}-1<3$
③ $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$
$1+\sqrt{1}<1+\sqrt{2}<1+\sqrt{4}$
$\therefore\ 2<1+\sqrt{2}<3$
④ $\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
음수이므로 제일 왼쪽에 있다.
⑤ $-\sqrt{4}<-\sqrt{3}<-\sqrt{1}$
$6-\sqrt{4}<6-\sqrt{3}<6-\sqrt{1}$
$\therefore\ 4<6-\sqrt{3}<5$
①과 ⑤를 비교해 보면
$3+\sqrt{3}-(6-\sqrt{3})=2\sqrt{3}-3=\sqrt{12}-\sqrt{9}>0$
$\therefore\ 3+\sqrt{3}>6-\sqrt{3}$

9. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로
제곱하면 $4 < n < 25$ $\cdots\cdots$ ㉠
㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \cdots\cdots, 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.

10. 실수 x, y에 대하여 연산 ◎를 $x◎y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}y + \sqrt{2}xy$라 하자. 등식 $(a◎2)+(2a◎1) = b\sqrt{3} + 20\sqrt{2}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 14　② 17　③ 21　④ 23　⑤ 25

해설

$$
\begin{aligned}
&(a◎2)+(2a◎1)\\
&= \sqrt{3}a + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}a + 2\sqrt{3}a + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}a\\
&= (a+2+2a+1)\sqrt{3} + (2a+2a)\sqrt{2}\\
&= (3a+3)\sqrt{3} + 4a\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

$b = 3a+3,\ 4a = 20$이므로 $a = 5,\ b = 18$

$\therefore\ a+b = 23$

11. 다음 중 $\dfrac{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화한 것은?

① $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$ ② $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ ③ $\dfrac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

④ $\dfrac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{3}$

해설

$\sqrt{2}-\sqrt{3}=A$ 라 하면

$$\frac{1-(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{1+(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$$

$$=\frac{1-A}{1+A}=\frac{(1-A)^2}{(1+A)(1-A)}=\frac{A^2-2A+1}{1-A^2}$$

$$=\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2-2(\sqrt{2}-\sqrt{3})+1}{1-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$$

$$=\frac{(2-2\sqrt{6}+3)-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+1}{1-(2-2\sqrt{6}+3)}$$

$$=\frac{6-2\sqrt{6}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2\sqrt{6}-4}$$

$$=\frac{(6-2\sqrt{6}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3})(2\sqrt{6}+4)}{(2\sqrt{6}-4)(2\sqrt{6}+4)}$$

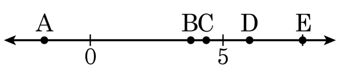
$$=\frac{12\sqrt{6}+24-24-8\sqrt{6}-4\sqrt{12}-8\sqrt{2}}{24-16}$$

$$+\frac{4\sqrt{18}+8\sqrt{3}}{24-16}$$

$$=\frac{4\sqrt{6}+4\sqrt{2}}{8}$$

$$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

12. 다음 중 세 수 p, q, r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}\ ,\ q = \sqrt{3} - 2\ ,\ r = \sqrt{5} + 2$$

① A $= p$, B $= q$, C $= r$
② A $= q$, B $= p$, C $= r$
③ A $= q$, B $= p$, D $= r$
④ B $= p$, C $= q$, D $= r$
⑤ B $= r$, C $= p$, D $= q$

해설

ⅰ) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.
(1) $p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$
(2) $q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$
(3) $p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$
$\therefore r > p > q$
ⅱ) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.
$r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.
따라서 r 은 C , p 는 B 에 위치한다.

13. $a = \sqrt{3}$ 일 때, $\dfrac{a}{[a]+a}$ 의 소수 부분은? (단, $[a]$는 a를 넘지 않는 최대의 정수)

① $\sqrt{3}-1$　　② $\sqrt{3}+1$　　③ $\dfrac{1}{1+\sqrt{3}}$
④ $\dfrac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$　　⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

해설

$\left[\sqrt{3}\right]=1$ 이므로

$\dfrac{a}{[a]+a}=\dfrac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=\dfrac{1.\cdots}{2.\cdots}=0.\cdots$

따라서 정수 부분은 0, 소수 부분은 $\dfrac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ 이다.

14. 다음 식이 성립하도록 양수 $A,\ B,\ C$ 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

(1) $a^2+8a+A=(a+4)^2$
(2) $x^2+Bx+9=(x+C)^2$

① 16, 6, 3 ② 8, 6, 3 ③ 16, 3, 6
④ 8, 3, 6 ⑤ 6, 8, 3

해설
$a^2+8a+A=(a+4)^2=a^2+8a+16,\ A=16$
$x^2+Bx+9=(x+C)^2=x^2+2Cx+C^2,$
$C^2=9,\ C=\pm3$, $B=2C,\ B=\pm6$
$\therefore A=16,\ B=6,\ C=3$ ($\because B,\ C$는 양수)

15. $x+\frac{1}{x}=4$ 일 때, $x-\frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

① $2\sqrt{3}$　② $3\sqrt{3}$　③ $-2\sqrt{3}$
④ $-3\sqrt{3}$　⑤ 2

해설

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=4^2$

$x^2+\frac{1}{x^2}+2=16$

$x^2+\frac{1}{x^2}=16-2=14$

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2+\frac{1}{x^2}-2=14-2=12$

$x-\frac{1}{x}=\pm\sqrt{12}=\pm 2\sqrt{3}$

16. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

(가) $y = \frac{1}{2}x^2$
(나) $y = -2x^2$
(다) $y = 2x^2$
(라) $y = -\frac{1}{4}x^2$

① (나)와 (다)의 그래프는 폭이 같다.

② 아래로 볼록한 포물선은 (가)와 (다)이다.

③ 폭이 가장 넓은 그래프는 (라)이다.

④ (나)와 (다)의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.

⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 (나), (라)이다.

해설

① $|a|$ 이 같으므로 두 그래프는 폭이 같다.
② $a > 0$이므로 아래로 볼록이다.
③ $|a|$가 작을 수록 폭이 넓다.
④ a 의 부호가 반대이면 x축 대칭이다.
⑤ (나), (라)는 $a < 0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.

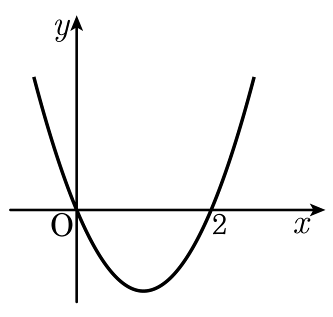
17. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 꼭짓점이 일차함수 $y = ax + 1$ 의 위를 지날 때, a 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$ 이다.
꼭짓점 $(2,\ -3)$ 이 $y = ax + 1$ 의 위에 있으므로 $-3 = 2a + 1$ 이다.
$\therefore a = -2$

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면
② 제 1, 3 사분면
③ 제 2, 4 사분면
④ 제 2, 3, 4 사분면
⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $c = 0$

또한, $y = ax\left(x + \frac{b}{a}\right)$ 에서

$-\frac{b}{a} = 2 > 0$

$\therefore \frac{b}{a} < 0$

그러므로 $ax + by + c = 0$ 에서

$y = -\frac{a}{b}x$

$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0\right)$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

19. $y=-3x^2+1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16 ② 20 ③ 26 ④ 30 ⑤ 36

해설

$y=-3x^2+1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$y=-3(x-3)^2+12=-3x^2+18x-15$ 이므로

x 절편은 1과 5 , y 절편은 -15

$\therefore$ (삼각형의넓이) $=\frac{1}{2}\times4\times15=30$

20. $3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}} &= 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{(2\times 3^2)^2}}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{18\times(2\times 3^2)}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{(2\times 3^2)^2}} \\ &= 3\sqrt{6^2} \\ &= 18 \end{aligned}$$

21. 다음을 참고하여 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값을 구하여라.

$685^2 = 469225$, $686^2 = 470596$, $687^2 = 471969$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$469225 < 470000 < 470596$ 이므로

$685^2 < 47 \times 10^4 < 686^2$

$685 < \sqrt{47} \times 10^2 < 686$

$6.85 < \sqrt{47} < 6.86$

따라서 $\sqrt{47}$ 의 소수 둘째 자리 값은 5 이다.

22. 서로 다른 세 실수 $x,\ y,\ z$ 에 대한 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}
&\frac{x^2}{(x-y)(z-x)} - \frac{y^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{z^2}{(x-z)(z-y)} \\
&= \frac{x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\
&= \frac{(y-z)x^2-(y^2-z^2)x+y^2z-yz^2}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\
&= \frac{(y-z)\left\{x^2-(y+z)x+yz\right\}}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\
&= \frac{-(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \\
&= -1
\end{aligned}$$

23. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이때, $a - b + c - d$ 의 값은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

x 에 관한 내림차순으로 정리하여 인수분해하면

$x^2 - 2(2y + 3)x + 3y^2 + 2y - 16$

$= x^2 - 2(2y + 3)x + (y - 2)(3y + 8)$

$= (x - y + 2)(x - 3y - 8)$

$\therefore\ a = -1,\ b = 2,\ c = -3,\ d = -8$

$\therefore\ a - b + c - d = 2$

24. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 50

해설

$x - \frac{3}{x} = 6$ 의 양변에 x 를 곱하면 $x^2 - 6x - 3 = 0$
$x = p$, $x = q$ 를 각각 대입하면
$p^2 - 6p - 3 = 0$ 에서 $p^2 - 6p = 3$
$q^2 - 6q - 3 = 0$ 에서 $q^2 - 6q = 3$
$\therefore\ (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$

25. 이차방정식 $x^2+(2a-5)x+(a^2-5a-6)=0$ 의 의 두 근 중 큰 근이 이차방정식 $x^2+3x-54=0$ 의 작은 근과 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$x^2+(2a-5)x+(a^2-5a-6)=0$

$x^2+(2a-5)x+(a+1)(a-6)=0$

$(x+a-6)(x+a+1)=0$

$x=-a+6$ 또는 $x=-a-1$

두 근 중 큰 수이므로 $-a+6$ 이다.

$x^2+3x-54=0$ 에서

$(x-6)(x+9)=0$

$x=6$ 또는 $x=-9$

두 근 중 작은 수이므로 -9 이다.

따라서 $-a+6=-9$ 이므로 $a=15$ 이다.

26. 이차방정식 $4x^2+px-5p=0$ 을 $(2x-A)^2=B$ 의 꼴로 변형하였더니 $B=0$ 이 되었다. 이 때, A 의 값을 구하여라. $(p\neq 0)$

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$4x^2+px-5p=0$ 을 변형하면

$\left(2x+\frac{p}{4}\right)^2=5p+\frac{p^2}{16}$

즉, $B=0$ 이므로

$5p+\frac{p^2}{16}=0$

$80p+p^2=0$

$p(p+80)=0$

$p\neq 0$ 이므로

$\therefore\ p=-80$

따라서 $A=-\frac{p}{4}=20$ 이다.

27. $x^2-2ax+2a+6=0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, 이를 만족하는 정수 a 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

이차방정식이 정수가 되기 위해서는 근의 공식을 사용하였을 때 근호 안에 들어가는 b^2-4ac 이 완전제곱수이여야 한다.
$D/4=a^2-(2a+6)=k^2$ (단, k 는 정수) 이므로
$a^2-2a+1-k^2=7$, $(a-1)^2-k^2=7$, $(a+k-1)(a-k-1)=7$
편의상 k 를 양의 정수라고 생각하면 $a+k-1 \geq a-k-1$ 이므로

$a+k-1$	7	-1
$a-k-1$	1	-7

$(a+k-1)+(a-k-1)=1+7$ 에서 $a=5$
$(a+k-1)+(a-k-1)=(-1)+(-7)$ 에서 $a=-3$
따라서 a 값들의 합은 $5+(-3)=2$ 이다.

28. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 을 만족시키는 실근을 p, q라 할 때 $(p-q)^2 \neq 0$이 성립한다. 실수 x에 대하여 이차방정식 $bx^2+2(a-2c)x-b=0$의 해의 개수와 이차방정식 $x^2+2(a+c)x+6(ac-a^2)+b^2=0$의 해의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(p-q)^2 \neq 0$ 에서 $p-q \neq 0$, $p \neq q$ 이므로 $ax^2+bx+c=0$ 은 서로 다른 두 실근을 가지므로

$D=b^2-4ac>0 \cdots$ ㉠

$bx^2+2(a-2c)x-b=0$ 에서

$$\begin{aligned}\frac{D}{4} &= (a-2c)^2+b^2 \\ &= a^2-4ac+4c^2+b^2 \\ &= a^2+4c^2+b^2-4ac\end{aligned}$$

그런데 ㉠에서 $b^2-4ac>0$ 이고 $a^2+4c^2 \geq 0$ 이므로 $a^2+4c^2+b^2-4ac>0$

따라서 $bx^2+2(a-2c)x-b=0$ 은 $D>0$ 이므로 서로 다른 두 근을 가진다.

$x^2+2(b+c)x+6(bc-a^2)=0$ 에서

$$\begin{aligned}\frac{D}{4} &= (a+c)^2-6(ac-a^2)+b^2 \\ &= a^2+2ac+c^2-6qc+6a^2+b^2 \\ &= b^2-4ac+c^2+7a^2\end{aligned}$$

그런데 ㉠에서 $b^2-4ac>0$ 이고 $c^2+7a^2 \geq 0$ 이므로

$b^2-4ac+c^2+7a^2>0$

따라서 $x^2+2(a+c)x+6(ac-a^2)+b^2=0$ 은 $D>0$ 이므로 서로 다른 두 근을 가진다.

따라서 두 이차방정식의 근의 개수의 합은 4

29. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$의 두 근이 p, q일 때, 이차방정식 $\frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0$의 두 근을 각각 p, q에 관한 식으로 나타내어라. (단, $abc \neq 0$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $-p$

▷ 정답: $-q$

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $p + q = -\frac{b}{a}$, $pq = \frac{c}{a}$

$\frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0$의 양변에 c를 곱하면

$x^2 - \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

$x^2 + (p+q)x + pq = 0$

$(x+p)(x+q) = 0$

$\therefore\ x = -p$ 또는 $x = -q$

따라서 $\frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0$의 두 근은 $-p$와 $-q$ 이다.

30. 일정한 양의 물이 들어 있는 물탱크에서 물을 빼내고 있다. t 초 동안 (t^2+2t+5)L 만큼 물을 빼낸다면 13 초 후에 물탱크의 물을 전부 빼낼 수 있다고 할 때, 물탱크에 들어 있는 물의 양의 $\frac{1}{5}$ 만큼 빼내는데 걸리는 시간은 얼마인지 구하여라.

▶ 답: ______ 초

▷ 정답: 5 초

해설

물탱크에 들어 있는 물의 양을 PL 라 하면 PL 를 전부 빼내는데 걸리는 시간이 13 초이므로
$P=t^2+2t+5=13^2+2\times13+5=200$
따라서 물탱크에 들어 있는 물의 양의 $\frac{1}{5}$ 만큼 빼내는데 걸리는 시간은 x 초로 놓으면 $x^2+2x+5=40$ 이므로 $x^2+2x-35=0$ 이다.
그러므로 $x=5$ $(\because\ x>0)$ 이다.