

1. 남자 4명, 여자 2명 중에서 2명의 대표를 뽑을 때, 적어도 한 명의 여자가 뽑히는 경우의 수는?

- ① 3가지 ② 9가지 ③ 15가지
④ 21가지 ⑤ 30가지

해설

여학생이 적어도 한 명 이상 뽑히는 경우는 전체에서 남학생만 뽑히는 경우를 제외하면 된다. 6명 중에서 2명의 대표를 뽑을 때 경우의 수는 $\frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ (가지) 이고, 남학생 4명 중에서 2명의 대표를 뽑는 경우의 수는 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (가지) 이므로 $15 - 6 = 9$ (가지)이다.

2. 남자 A, B, C와 여자 D, E 중에서 2명의 대표를 뽑을 때, 남학생이 적어도 한 명 이상 뽑히는 경우의 수는?

① 6 ② 7 ③ 9 ④ 12 ⑤ 20

해설

남학생이 적어도 한 명 이상 뽑히는 경우는 전체에서 여학생만 뽑히는 경우를 제외하면 된다. 5명 중에서 2명의 대표를 뽑을 때 경우의 수는 $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ (가지)이고, 여자 D, E 중에서 2명의 대표를 뽑는 경우의 수는 1가지이므로 $10 - 1 = 9$ (가지)이다.

3.

다음 그림과 같이 정오각형의 꼭짓점을 이루는 5개의 점들이 있다. 이들 중에서 어느 3개의 점을 이어 만든 삼각형은 모두 몇 개인가?

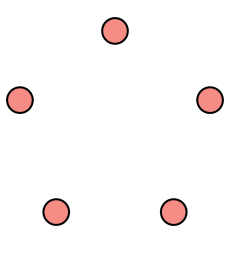
① 6개

② 8개

③ 10개

④ 12개

⑤ 15개


- 해설

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10 \text{ (개)}$$

4. 승진이네 학교 2 학년은 모두 8 반이 있다. 반에서 한 명씩 대표가 나와 다른 반 대표와 한 번씩 씨름을 하려고 한다. 씨름은 모두 몇 번해야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 28 번

해설

$$\frac{8 \times 7}{2} = 28 \text{ (번)}$$

5. 5 명의 사람이 있을 때, 한 사람이 다른 사람과 모두 한 번씩 악수를 한다면, 악수하는 횟수는 모두 몇 번인지 구하여라.

▶ 답 : 번

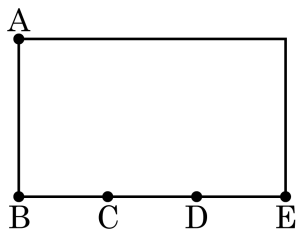
▷ 정답 : 10 번

해설

두 사람이 악수를 하고 뽑는 순서는 관계없으므로,

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10 \text{ (번)}$$

6. 다음 그림과 같이 직사각형 위에 5개의 점이 있다. 이들 중 세 점을 이어 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



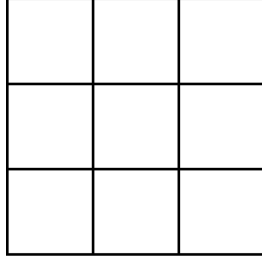
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

점 A와 점 B, C, D, E 중 2개를 뽑아 삼각형을 만들 수 있으므로
삼각형의 개수는 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6(\text{개})$ 이다.

7. 다음 그림은 정사각형의 각 변을 3등분하여 얻은 도형이다. 이 도형의 선분으로 이루어질 수 있는 직사각형의 수는?



- ① 12개 ② 24개 ③ 36개 ④ 48개 ⑤ 60개

해설

가로 4개의 선에서 2개의 선을 택하고 세로 4개의 선에서 2개의 선을 택하면 하나의 직사각형이 만들어진다. 그러므로 가로 2개의 선과 세로 2개의 선을 선택하는 경우를 생각한다. 구하는 사각형의 개수는 $\frac{4 \times 3}{2} \times \frac{4 \times 3}{2} = 6 \times 6 = 36(\text{개})$ 이다.

8. A, B, C, D, E, F 의 6 명 중에서 네 명을 선발할 때, A, B 두 사람이 반드시 포함되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 6 가지

▷ 정답 : 6 6 가지

해설

A, B 두 사람을 먼저 뽑아 놓고 C, D, E, F 중에서 두 명을 뽑아서 나머지 두 자리를 채우는 경우의 수이므로

$$\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6(\text{가지}) \text{ 이다.}$$

9. 다음 연립방정식의 해를 $x = a, y = b, z = c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ x - y + 3z = -5 \\ 3x - 2y + z = 7 \end{cases}$$

- ① 1
- ② -1
- ③ 12
- ④ -3
- ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \cdots \textcircled{1} \\ x - y + 3z = -5 \cdots \textcircled{2} \\ 3x - 2y + z = 7 \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

① + ② 하면 $2x + 2z = -2, x + z = -1 \cdots \textcircled{4}$

② $\times 2 - \textcircled{3}$ 하면 $-x + 5z = -17 \cdots \textcircled{5}$

④, ⑤ 연립하면, $z = -3, x = 2, y = -2$

$\therefore a = 2, b = -2, c = -3$

$\therefore a + b + c = -3$

10. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ 의 근 x, y 가 $xy = a$, $x + y = b$ 를 만족할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 25 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠식을 정리해서

$y = 2x - 5$ 를 ㉡식에 대입한다.

$$x^2 + (2x - 5)^2 = 25,$$

$$5x^2 - 20x = 0, \quad x(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 0, 4$$

$$\text{i) } x = 0 \text{ 일 때, } y = -5$$

$$\therefore a = 0, \quad b = -5$$

$$\therefore a - b = 5$$

$$\text{ii) } x = 4 \text{ 일 때, } y = 3$$

$$\therefore a = 12, \quad b = 7$$

$$\therefore a - b = 5$$

11. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 x 값이
될 수 없는 것은?

① $2\sqrt{2}$

② $-\sqrt{3}$

③ $\sqrt{5}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ $-\sqrt{5}$

해설

$$x^2 + xy - 2y^2 = (x - 2y)(x + y) = 0$$

⊖ $x = 2y$ 일 때

$$(2y)^2 + y^2 = 5y^2 = 10$$

$$y^2 = 2, y = \pm\sqrt{2}$$

$$x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{2}$$

$$x = -2\sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$$

⊕ $x = -y$ 일 때

$$(-y)^2 + y^2 = 2y^2 = 10, y^2 = 5, y = \pm\sqrt{5}$$

$$x = -\sqrt{5}, y = \sqrt{5}$$

$$x = \sqrt{5}, y = -\sqrt{5}$$

12. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7 \\ 4x^2 - 9xy + y^2 = -14 \end{cases}$ 에서 $x + y$ 의 값을 a, b 라 할 때, $a - b$ 의 값은? (단, x, y 는 양수, $a > b$)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - xy + y^2 = 7 \quad \cdots \textcircled{A}$
 $4x^2 - 9xy + y^2 = -14 \quad \cdots \textcircled{B}$
 $\textcircled{B}$ 식 $+2 \times \textcircled{A}$ 식에 대입하면
 $6x^2 - 11xy + 3y^2 = 0 \quad (3x - y)(2x - 3y) = 0$
 $\therefore 3x = y \text{ or } 2x = 3y$
 $\textcircled{A}$: $3x = y$ 를 $\textcircled{A}$ 식에 대입하면
 $7x^2 = 7 \quad x = 1(x > 0), \quad y = 3$
 $\therefore x + y = 4$
 $\textcircled{A}$: $2x = 3y$ 를 $4 \times \textcircled{A}$ 식에 대입하면
 $7y^2 = 28, \quad y^2 = 4, y = 2(y > 0), x = 3$
 $\therefore x + y = 5$
 $a > b$ 이므로 $a = 5, b = 4$
 $\therefore a - b = 1$

13. 연립방정식 $\begin{cases} xy + x + y = 5 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases}$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x + y = u, xy = v$ 라 하면

$$\begin{cases} u + v = 5 & \cdots \textcircled{㉠} \\ u^2 - v = 7 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

①을 ②에 대입하면

$$u^2 - (5 - u) = 7$$
$$u^2 + u - 12 = 0$$
$$(u + 4)(u - 3) = 0$$

$\therefore u = -4$ 또는 $u = 3$

(i) $u = -4, v = 9$, 즉 $x + y = -4, xy = 9$ 일 때, x, y 는 $t^2 + 4t + 9 = 0$ 의 두 근이므로 $t = -2 \pm \sqrt{5}i$
따라서, $x = -2 \pm \sqrt{5}i, y = -2 \mp \sqrt{5}i$ 이므로 (복부호 동순)
 $(-2 + \sqrt{5}i, -2 - \sqrt{5}i), (-2 - \sqrt{5}i, -2 + \sqrt{5}i)$

(ii) $u = 3, v = 2$, 즉 $x + y = 3, xy = 2$ 일때, x, y 는 $t^2 - 3t + 2 = 0$ 의 두 근이므로
 $(t - 1)(t - 2) = 0$
 $\therefore t = 1$ 또는 $t = 2$
따라서, $x = 1, y = 2$ 또는 $x = 2, y = 1$ 이므로
 $(1, 2), (2, 1)$

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍의 개수는 4개이다

14. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + ax + 5 = 0$, $x^2 + 5x + a = 0$ 이 공통근을 갖는 실수 a 의 값들의 합을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

공통근을 p 라 하면
 $p^2 + ap + 5 = 0$, $p^2 + 5p + a = 0$
두 식을 빼면, $(a - 5)p = a - 5$
 $(a - 5)(p - 1) = 0$
 $\therefore a = 5$ 또는 $p = 1$
 $p = 1$ 이면, $1 + a + 5 = 0$, $a = -6$
 $\therefore a$ 의 합: $-6 + 5 = -1$

15. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 - ax + 10 = 0$, $x^2 + x + b = 0$ 이 공통근 2를 가질 때, 두 이차방정식의 공통근이 아닌 나머지 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - ax + 10 = 0$, $x^2 + x + b = 0$ 의 공통근이 2이므로 $x = 2$ 를 두 이차방정식에 각각 대입하면 성립한다.

$$2^2 - 2a + 10 = 0, 2^2 + 2 + b = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

이 때, $x^2 - 7x + 10 = 0$ 에서

$$(x - 2)(x - 5) = 0 \text{이므로 } x = 2, 5$$

또, $x^2 + x - 6 = 0$ 에서

$$(x - 2)(x + 3) = 0 \text{이므로 } x = 2, -3$$

따라서 공통근이 아닌 나머지 두 근은

5, -3 이므로 두 근의 합은 2이다.

16. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 4y + 4 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + (2y - 1)^2 + (y - 2)^2 \\ &= (x - 2y + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0 \\ &\therefore x - 2y + 1 = 0, y - 2 = 0 \text{ 이므로} \\ &y = 2, x - 4 + 1 = 0 \quad \therefore x = 3 \\ &\text{따라서 } x + y = 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

17. $xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 을 만족하는 양의 정수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 에서

$x(y - 3) - 3(y - 3) - 5 = 0, (x - 3)y - 3 = 5$

$x \geq 1, y \geq 1$ 이므로 $x - 3 \geq -2, y - 3 \geq -2$

(i) $x - 3 = 1, y - 3 = 5$ 일 때, $x = 4, y = 8$

(ii) $x - 3 = 5, y - 3 = 1$ 일 때, $x = 8, y = 4$

따라서, 구하는 값은 $x + y = 4 + 8 = 8 + 4 = 12$