

1. 다음 등식 중에서 이차방정식이 아닌 것을 모두 고르면?

- $\neg$

$x^2 = 0$
- $\textcircled{\text{L}}$

$x^2 = 8x$
- $\textcircled{\text{E}}$

$x^2 + 4x = x - 3$
- $\textcircled{\text{B}}$

$(x - 2)^2 = 25$
- $\textcircled{\text{H}}$

$(x + 1)^2 + 4 = x^2$
- $\textcircled{\text{H}}$

$(x + 1)(x - 4) = x^2(x + 2)$

- ①

$\neg, \textcircled{\text{B}}$
- ②

$\textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}$
- ③

$\neg, \textcircled{\text{B}}, \textcircled{\text{H}}$
- ④

$\textcircled{\text{B}}, \textcircled{\text{H}}$
- ⑤

$\textcircled{\text{B}}, \textcircled{\text{H}}$

해설

$\textcircled{\text{B}}$ $x^2 + 2x + 1 + 4 = x^2$
 $2x + 5 = 0$: 일차방정식

$\textcircled{\text{H}}$ $x^2 - 3x - 4 = x^3 + 2x^2$
 $x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$: 삼차방정식

2. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$ax^2 + bx + 3 = 0$ 에 $x = k$ 를 대입하면

$ak^2 + bk + 3 = 0$, $ak^2 + bk = -3$

$\therefore ak^2 + bk + 1 = (-3) + 1 = -2$

3. 이차방정식 $(x+3)(x-5) = -(x+3)$ 의 해를 옳게 구한 것은?

① $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = 4$

③ $x = 3$ 또는 $x = -4$

④ $x = 3$ 또는 $x = 5$

⑤ $x = 4$

해설

$$x^2 - 2x - 15 = -x - 3$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x+3)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 4$$

4. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ 이고, $k = f(1) + f(2) + \cdots + f(23) + f(24)$ 이다.
 k 가 x 에 관한 이차방정식 $(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{1}$$

$$\begin{aligned} k &= f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(23) + f(24) \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{25} - \sqrt{24} \\ &= -\sqrt{1} + \sqrt{25} \\ &= -1 + 5 = 4 \end{aligned}$$

$(a+1)x^2 + (a^2-2)x + 8 = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입

$$16a + 16 + 4a^2 - 8 + 8 = 0$$

$$4a^2 + 16a + 16 = 0, \quad a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$(a+2)^2 = 0 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 식에 대입하면

$$-x^2 + 2x + 8 = 0, \quad -(x+2)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

5. $[f(x)]_b^a = f(a) - f(b)$ 라고 할 때, $[x^2 - 5x]_1^a = 0$ 을 만족하는 a 의 값을 구하여라. (단, $a > 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$$\begin{aligned} [x^2 - 5x]_1^a &= 0 \\ (a^2 - 5a) - (1 - 5) &= 0 \\ a^2 - 5a + 4 &= 0 \\ (a - 1)(a - 4) &= 0 \\ \therefore a = 1 \text{ 또는 } a = 4 \\ \therefore a = 4 \quad (\because a > 1) \end{aligned}$$

6. 두 이차방정식 $x^2 - 4x - a = 0$, $x^2 + bx + c = 0$ 의 공통인 해가 $x = -1$ 이고, $x^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$x = -1$ 을 $x^2 - 4x - a = 0$ 에 대입하면 $1 + 4 - a = 0$

$\therefore a = 5$

$x^2 + bx + c = 0$ 은 중근 $x = -1$ 을 갖는다.

$(x + 1)^2 = 0$

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$\therefore b = 2, c = 1$

$\therefore a + b + c = 5 + 2 + 1 = 8$

7. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, \quad x^2 - (a+2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \quad \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a+2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 2, -6 이므로

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \underline{- 32 + 8m = 0} \end{array}$$

$$\therefore m = 4, \quad n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

8. $3x^2 - ax + 3 = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다. 이때, a 의 값과 나머지 한 근은?

① $a = 10, x = 2 + \sqrt{3}$

② $a = 10, x = 2 - \sqrt{3}$

③ $a = 12, x = 2 + \sqrt{3}$

④ $a = 12, x = 2 - \sqrt{3}$

⑤ $a = 14, x = 2 - \sqrt{3}$

해설

$$3(2 + \sqrt{3})^2 - a(2 + \sqrt{3}) + 3 = 0$$

$$12 + 12\sqrt{3} + 9 - a(2 + \sqrt{3}) + 3 = 0$$

$$a(2 + \sqrt{3}) = 24 + 12\sqrt{3}$$

$$\therefore a = \frac{24 + 12\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 12$$

$$3x^2 - 12x + 3 = 0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3$$

$$(x - 2)^2 = 3$$

$$x = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore x = 2 - \sqrt{3}$$

9. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 을 풀면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{11}}{3}$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$

③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{2}$

④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$

⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{23}}{3}$

해설

$0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 의 각 항에 10 을 곱하면 $3x^2 - 4x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-6)}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

10. $(a-b)^2 - (a-b) - 12 = 0$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : -3

해설

$$(a-b)^2 - (a-b) - 12 = 0$$

$a-b = X$ 로 치환하면

$$X^2 - X - 12 = 0, (X-4)(X+3) = 0$$

$$\therefore X = 4 \text{ 또는 } X = -3$$

$$\therefore a-b = 4 \text{ 또는 } -3$$

11. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 2x - 5 = 0$

② $x^2 - 8x = 10$

③ $6x^2 = 4x + 9$

④ $(x + 2)^2 = 0$

⑤ $(x + 1)^2 = 10$

해설

(완전제곱식) = 0 꼴의 이차방정식의 근의 개수는 하나이다.
따라서 ④이다.
나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

12. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

증근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.

13. 이차방정식 $x^2 - 4x + k - 5 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 k 의 값의 범위는?

① $k \geq 9$

② $k > 9$

③ $k \leq 9$

④ $k < 9$

⑤ $k > -9$

해설

이차방정식의 근이 없으므로

$$D = (-4)^2 - 4(k - 5) < 0$$

$$4 - k + 5 < 0$$

$$\therefore k > 9$$

14. 이차방정식 $3x^2 - 2x + m = 0$ 의 두 근의 곱과 해가 다음과 같을 때, $m + a + b$ 의 값은?

(단, m 는 상수, a 와 b 은 유리수)

두 근의 곱 : -4
해 : $\frac{a \pm \sqrt{b}}{3}$

- ① 20
- ② 21
- ③ 22
- ④ 25
- ⑤ 26

해설

(두 근의 곱) = $\frac{m}{3} = -4$
 $\therefore m = -12$
(두 근의 합) = $\frac{2}{3} = \frac{2a}{3}$
 $\therefore a = 1$
 $\left(\frac{a + \sqrt{b}}{3}\right) \times \left(\frac{a - \sqrt{b}}{3}\right) = \frac{a^2 - b}{9} = \frac{1 - b}{9} = -4$
 $\therefore b = 37$
 $\therefore m + a + b = -12 + 1 + 37 = 26$

15. 이차방정식 $x^2-3x+k-10=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2=15$ 이다. 이때, 근과 계수의 관계를 이용하여 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = k - 10$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2(k - 10) = 15$$

$$\therefore k = 7$$

16. 이차방정식 $2x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근을 $-2, 3$ 이라고 할 때, $ax^2 - 5x + b = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$-2 + 3 = \frac{a}{2} \quad \therefore a = 2$$

$$(-2) \times 3 = \frac{b}{2} \quad \therefore b = -12$$

$ax^2 - 5x + b = 0$ 에 $a = 2, b = -12$ 를 대입하면

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

따라서 두 근의 곱은 $\frac{-12}{2} = -6$ 이다.

17. 어떤 무리수 x 가 있다. x 의 소수 부분을 y 라 할 때 x 의 제곱과 y 의 제곱의 합이 33이다.

무리수 x 의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$

③ $x = \frac{5 + \sqrt{37}}{3}$

⑤ $x = \frac{3 + \sqrt{37}}{4}$

② $x = \frac{2 + \sqrt{41}}{5}$

④ $x = \frac{-2 + \sqrt{41}}{5}$

해설

$$x^2 + y^2 = 33, \quad 0 \leq y < 1$$

$$0 \leq y^2 = 33 - x^2 < 1, \quad \sqrt{32} < x \leq \sqrt{33}$$

따라서 x 의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$

$$x^2 + (x - 5)^2 = 33$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} \quad (\because x > 0)$$

18. 30cm의 끈으로 직사각형을 만들어 넓이가 54cm^2 가 되게 하려고 한다. 이 직사각형의 가로와 세로의 길이의 차는?

① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$, 세로의 길이를 $15 - x\text{cm}$ 라 하면,
 $54 = x(15 - x)$, $x = 6$ 또는 $x = 9$
따라서 직사각형의 가로와 세로의 길의 차는 3cm이다.

19. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2 cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

- ① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$ ② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$ ③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$
④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$ ⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{ cm}$ 라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

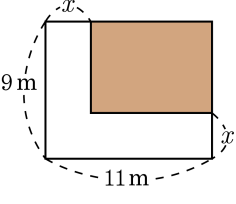
$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

20. 가로, 세로의 길이가 각각 11 m, 9 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 x m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 48 m^2 가 되도록 할 때, x 의 값은?

- ① 1 m ② 2 m ③ 3 m
- ④ 4 m ⑤ 5 m



해설

$(11 - x)(9 - x) = 48$
 $x^2 - 20x + 51 = 0$
 $(x - 3)(x - 17) = 0$
 $x < 9$ 이므로 $x = 3(\text{m})$