

1. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$

2. 다음 중 세 수 96, 120, 150 의 공약수는?

① 2×5

② 2^2

③ 3^2

④ 2×3

⑤ $2 \times 3 \times 5$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3 이고
공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 이다

3. $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 4 \div \square = \frac{1}{10}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하면?

- ㉠ -5 ㉡ $-\frac{1}{5}$ ㉢ 5 ㉣ $\frac{1}{5}$ ㉤ 1

해설

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 4 \div \square = \frac{1}{10}$$

$$\square = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 4 \times 10 = -5$$

4. 다음 왼쪽에 주어진 방정식에서 오른쪽의 방정식을 얻고자 한다면 어떻게 해야 하는가?

$$2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

- ① 양변에 2 를 곱한다.

② 양변을 2 로 나눈다.

③ 양변에 2 를 더한다.

④ 양변에 2 를 뺀다.

⑤ 양변에 $\frac{1}{2}$ 를 곱한다.

해설

분모를 없애기 위해 양변에 2 로 나눈다.

5. 두 점 A($a-6, -a+3$) 와 B($a+3b, 2a-1$) 가 원점에 대하여 대칭일 때, ab 의 값은?

- ① $-\frac{17}{3}$ ② $-\frac{20}{3}$ ③ $-\frac{22}{3}$ ④ $-\frac{25}{3}$ ⑤ $-\frac{28}{3}$

해설

두 점 A, B 가 원점에 대해 대칭이므로

$$-a+3=-(2a-1), \therefore a=-2$$

$$a-6=-(a+3b),$$

$$3b=-2a+6=(-2)\times(-2)+6=10,$$

$$\therefore b=\frac{10}{3}$$

$$\therefore ab=(-2)\times\left(\frac{10}{3}\right)=-\frac{20}{3}$$

6. 5L의 휘발유로 40km를 가는 자동차가 있다. 이 차로 96km를 가려고 할 때, 몇 L의 휘발유가 필요한가?

① 10 L ② 12 L ③ 14 L ④ 16 L ⑤ 18 L

해설

5L의 휘발유로 갈 수 있는 거리 : 40 km

1L의 휘발유로 갈 수 있는 거리 : $\frac{40}{5} = 8$ km

거리를 y, L를 x라 하면

$y = 8x$ 이므로 $y = 96$ 일 때, x 의 값은 $8x = 96$

$\therefore x = 12$ (L)이다.

7. 네 변의 길이가 각각 96 m, 160 m, 192 m, 224 m 인 사각형 모양의 토지가 있다. 이 토지의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 울타리를 만들려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박아야 하고, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 한다. 말뚝 사이의 간격은 20 m 를 넘지 않게 할 때, 말뚝은 모두 몇 개가 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42 개

해설

말뚝과 말뚝 사이의 간격은 96, 160, 192, 224 의 공약수이고, 20 보다 작은 수 중 가장 큰 공약수는 16 이다. 사각형의 둘레는 $96 + 160 + 192 + 224 = 672$ (m) 이므로 말뚝의 개수는 $672 \div 16 = 42$ (개) 이다.

8. 다음 중 계산결과가 가장 작은 것을 고르면?

① $(-4) \times \{(-3) + (+2)\}$

② $(-20) + (+4) \times (-2)$

③ $(-16) \div 4 - 3$

④ $-7 + 1 - (-3)$

⑤ $5 \times 7 - (-3) \times (-2)$

해설

① $(-4) \times \{(-3) + (+2)\} = (-4) \times (-1) = 4$

② $(-20) + (+4) \times (-2) = (-20) + (-8) = -28$

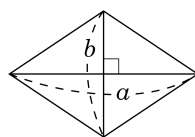
③ $(-16) \div 4 - 3 = -4 - 3 = -7$

④ $-7 + 1 - (-3) = -7 + 1 + 3 = -3$

⑤ $5 \times 7 - (-3) \times (-2) = 35 - 6 = 29$

계산 결과가 가장 작은 것은 ②의 -28 이다.

9. 다음 그림은 대각선의 길이가 각각 a , b 인 마름모이다. $a = 12$, $b = 8$ 일 때, 마름모의 넓이는?



- ① 12 ② 24 ③ 36
④ 48 ⑤ 60

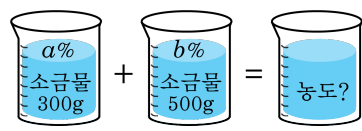
해설

$$(\text{마름모의 넓이}) = a \times b \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}ab,$$

$a = 12$, $b = 8$ 을 식에 대입하면

$$(\text{마름모의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$$

10. 농도가 $a\%$ 인 소금물 300 g 과 농도가 $b\%$ 인 소금물 500 g 을 섞어 소금물을 만들 때, 새로 만든 소금물의 농도를 문자를 사용한 식으로 나타낸 것으로 바른 것은?



- ① $\frac{a+5b}{8}(\%)$ ② $\frac{3a+5b}{8}(\%)$ ③ $\frac{3a+5b}{80}(\%)$
 ④ $\frac{a+5b}{80}(\%)$ ⑤ $\frac{2a+5b}{8}(\%)$

해설

농도가 $a\%$ 인 소금물 300 g 의 소금의 양 : $\frac{a \times 300}{100} = 3a(\text{g})$

농도가 $b\%$ 인 소금물 500 g 의 소금의 양 : $\frac{b \times 500}{100} = 5b(\text{g})$

따라서 새로 만든 소금물의 농도는 $\frac{3a+5b}{500+300} \times 100 = \frac{3a+5b}{8}(\%)$ 이다.

11. $15x - 25y$ 에서 어떤 식을 세 번 빼었더니 $-6x + 5y$ 가 되었다. 이때, 어떤 식의 x 와 y 의 계수의 합을 구하면?

① -5

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

어떤 식 : A

$$15x - 25y - 3A = -6x + 5y$$

$$3A = 15x - 25y - (-6x + 5y)$$

$$3A = 21x - 30y$$

$$\therefore A = 7x - 10y$$

x 의 계수 : 7 , y 의 계수 : -10

따라서 계수의 합은 $7 + (-10) = -3$ 이다.

12. 연속하는 세 자연수의 합이 63 이다. 이때 가장 큰 수는?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

연속하는 세 자연수 중 가장 큰 수를 x 라 하면 세 자연수는 $x-2$, $x-1$, x 이다.

$$(x-2) + (x-1) + x = 63$$

$$3x - 3 = 63$$

$$3x = 66$$

$$x = 22$$

즉, 가장 큰 수는 22 이다.

13. 연속하는 세 홀수의 합의 3 배는 가장 작은 홀수의 4 배보다 23 만큼 크다고 한다. 이 때 가장 작은 수는?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

연속한 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$$3(x-2+x+x+2) = 4(x-2) + 23$$

$$9x = 4x + 15, \quad 5x = 15$$

$$x = 3$$

$$\text{따라서 가장 작은 홀수는 } x-2 = 3-2 = 1$$

14. y 가 x 에 정비례하는 함수 $y = ax$ 의 그래프가 두 점 $A(2, 10), B(-1, b)$ 를 지날 때, a 와 b 의 값은?

- ① $a = 2, b = 3$ ② $a = 3, b = 4$ ③ $a = 4, b = -1$
④ $a = 4, b = -3$ ⑤ $a = 5, b = -5$

해설

함수 $y = ax$ 의 그래프가 점 $A(2, 10)$ 을 지나므로 $10 = 2a, a = 5$
 $y = 5x$
 $B(-1, b) : b = (-1) \times 5 = -5$

15. $y = \frac{a}{x}$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① y 는 x 에 반비례한다.
- ② a 가 음수이면 이 그래프는 제 2사분면과 제 4사분면을 지난다.
- ③ a 가 양수이면 이 그래프는 제 1사분면과 제 3사분면을 지난다.
- ④ 그래프는 y 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ a 가 음수이면 이 그래프는 x 가 증가할 때, y 는 증가한다.

해설

$y = \frac{a}{x}$: 반비례 그래프

- ④ 그래프는 y 축과 만나지 않고 점점 가까워지는 그래프이다.

16. 점 $(4, b)$ 가 두 함수 $y = -x + 7$ 과 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위에 있을 때, $a + b$ 의 값은?

① -9

② -3

③ 3

④ 9

⑤ 15

해설

$$-4 + 7 = b$$

$$\therefore b = 3$$

$$\frac{a}{4} = 3$$

$$\therefore a = 12$$

$$\therefore a + b = 15$$

17. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

18. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24 이다. $a, b, 32$ 의 공약수를 모두 구하면?

① 1

② 1, 2

③ 1, 2, 4

④ 1, 2, 4, 8

⑤ 1, 2, 4, 8, 16

해설

a, b 의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다.

32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32 이다.

따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

19. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

- ① a ② a^2 ③ a^3 ④ $\frac{1}{a}$ ⑤ $-a$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 놓으면,

① $a = \frac{1}{2}$

② $a^2 = \frac{1}{4}$

③ $a^3 = \frac{1}{8}$

④ $\frac{1}{a} = 2$

⑤ $-a = -\frac{1}{2}$

20. 6 개의 유리수 -2 , $-\frac{5}{2}$, $\frac{1}{2}$, -5 , 3 , 4 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값 중에서 가장 큰 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50 또는 +50

해설

가장 큰 값은 $(-5) \times 4 \times \left(-\frac{5}{2}\right) = 50$

$\therefore 50$

21. 109층의 건물 꼭대기에서 연희는 10초에 2층을 내려올 수 있는 엘리베이터를 탔고, 이 건물 1층에서 준수는 5초에 2층을 올라갈 수 있는 엘리베이터를 탔다. 둘이 동시에 엘리베이터를 탔을 때, 둘이 만나는 층은 어디인가?

▶ 답 : 층

▷ 정답 : 73층

해설

둘이 만나는 순간의 시간을 x 초 후라 하면 연희는 x 초 후에 $109 - 0.2x$ 층에 있고, 준수는 x 초 후에 $1 + 0.4x$ 층에 있다. 둘이 만나려면 있는 층이 같아야 하므로

$$109 - 0.2x = 1 + 0.4x$$
$$108 = 0.6x$$
$$\therefore x = 180$$

둘이 만나는 것은 180 초 후이고 이때, 연희는 36 층을 내려왔으므로 $109 - 36 = 73$ (층)에서 만나게 된다.

22. 8% 의 소금물 500g 이 있다. 이것을 A , B 의 컵에 각각 200g , 300g 씩 나누어 담은 후, A 에는 소금을 더 넣어 소금의 양을 같게 만들려고 한다. 이때, A 컵에 넣어야 할 소금의 양은?

① 3g ② 3.2g ③ 4.5g ④ 5g ⑤ 8g

해설

A 컵에 더 넣어야 할 소금의 양을 x g 이라 하면 $\frac{8}{100} \times 200 + x =$
 $\frac{8}{100} \times 300$
 $\therefore 8$ g

23. 18%의 소금물 300g이 있다. 18%의 소금물에 물 ag 을 부으면 13.5%의 소금물이 되고, 처음의 18%의 소금물에서 물 bg 을 증발시키면 24%의 소금물이 된다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 175

해설

$$\begin{aligned} \text{소금의 양} : 300 \times \frac{18}{100} &= 54 \\ \frac{54}{300 + a} &= \frac{13.5}{100} \quad \therefore a = 100 \\ \frac{54}{300 - b} &= \frac{24}{100} \quad \therefore b = 75 \\ \therefore a + b &= 175 \end{aligned}$$

24. 아연과 구리의 비가 3 : 1 인 합금 A 와 아연과 구리의 비가 5 : 2 인 합금 B 를 합하여 아연과 구리의 비가 8 : 3 인 합금 1100g 을 만들 때, 합금 A 는 x g 을 사용해야 한다. x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 400

해설

합금 A 를 x g 사용한다면
합금 B 는 $(1100 - x)$ g 사용하므로

	아연	구리
A	$\frac{3}{4}x$	$\frac{1}{4}x$
B	$\frac{5}{7}(1100 - x)$	$\frac{2}{7}(1100 - x)$

$$\frac{3}{4}x + \frac{5}{7}(1100 - x) : \frac{1}{4}x + \frac{2}{7}(1100 - x) = 8 : 3$$

$$(21x + 22000 - 20x) : (7x + 8800 - 8x) = 8 : 3$$

$$8(-x + 8800) = 3(x + 22000)$$

$$11x = 4400$$

$$\therefore x = 400(\text{g})$$

따라서 합금 A 는 400g 을 사용해야 한다.

25. 자연수 a 의 약수의 개수를 $f(a)$ 로 나타낼 때 $f(420) \times f(a) = 144$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
 $N(420) = 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$
 $24 \times N(a) = 144 \quad \therefore N(a) = 6$
약수의 개수가 6 개인 가장 작은 자연수는
 $12 = 2^2 \times 3$ 이다.

26. 두 자연수 a, b 는 곱이 4200 이고 합이 145 이다. $a - b$ 를 각각 구하여라.(단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

두 자연수 a, b 를 각각 $a = GA, b = GB$ 라 하면,
 $ab = G^2AB = 4200, a + b = G(A + B) = 145$ 이므로
 $G = 5, AB = 168, A + B = 29$ 이다.
따라서 $A = 21, B = 8$ 이므로 $a = 5 \times 21 = 105, b = 5 \times 8 = 40$ 이고, $a - b = 65$ 이다.

27. 두 자연수 A, B 의 최대공약수를 $[A, B]$ 로 나타낼 때, $[A, B] = [C, D] = k$ 이다. 다음을 간단히 하여라. (단, A 와 C, D, B 와 C, D 는 서로소)

$$\left[\frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : k

해설

$[A, B] = [C, D] = k \rightarrow A, B, C, D$ 모두 인수 k 를 가진다.
 AB 와 CD, AD 와 BC 는 모두 인수 k^2 을 가지고,
 $(A+B)$ 와 $(C+D), (A+D)$ 와 $(B+C)$ 는 모두 인수 k 를 가진다.

$$\therefore \left[\frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right] = \left[\frac{k^2}{k}, \frac{k^2}{k} \right] = [k, k] = k$$

28. 두 정수 x, y 에 대하여 $|x+3| + |y+2| = 15$ 를 만족하는 순서쌍 (x, y) 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 60 개

해설

$0 \leq |x+3|$, $0 \leq |y+2|$ 이므로, $|x+3| + |y+2| = 15$ 를 만족하는 순서쌍 $(|x+3|, |y+2|)$ 은

 $(|x + 3|, |y + 2|)$
$$= (0, 15), (1, 14), (2, 13), (3, 12), (4, 11), (5, 10), (6, 9), (7, 8),$$
$$(8, 7), (9, 6), (10, 5), (11, 4), (12, 3), (13, 2), (14, 1), (15, 0)$$

x, y 가 0 을 되는 순서쌍을 제외하면 순서쌍마다 x, y 는 두 개의

값을 가지므로

$$\therefore \text{순서쌍 } (x, y) \text{의 개수} = 2 \times 2 + 4 \times 14 = 60(\text{개})$$

29. 정수 x, y 에 대하여 연산 $\odot$ 를 $x \odot y = x + y + 1$ 로 정의한다.
 $(x \odot y) \odot (y \odot z) + (y \odot z) \odot (z \odot x) + (z \odot x) \odot (x \odot y) = -12$ 일 때,
 $x + y + z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{21}{4}$

해설

$$\begin{aligned} & (x \odot y) \odot (y \odot z) + (y \odot z) \odot (z \odot x) + (z \odot x) \odot (x \odot y) \\ &= (x + y + 1) \odot (y + z + 1) + (y + z + 1) \odot (z + x + 1) + (z + x + 1) \odot (x + y + 1) \\ &= (x + 2y + z + 3) + (x + y + 2z + 3) + (2x + y + z + 3) \\ &= 4x + 4y + 4z + 9 \\ &= -12 \\ \therefore x + y + z &= -\frac{21}{4} \end{aligned}$$

30. 백의 자리 숫자가 x 이고, 십의 자리 숫자가 y , 일의 자리 숫자가 9 인 세 자리 자연수를 4 로 나눈 몫을 a , 나머지를 b 이라 하고, 6 으로 나눈 몫을 c , 나머지를 d 라 할 때, $(a + b) - (c + d)$ 의 값은?

- ① $5x - 2y + 1$
- ② $5x + 2y + 1$
- ③ $5x - y + 1$
- ④ $5x - y - 1$
- ⑤ $5x - 2y - 1$

해설

세 자리 자연수는
 $100x + 10y + 9 = 4(25x + 2y + 2) + 2y + 1 \cdots \textcircled{1}$
 $= 6(16x + y + 1) + 4x + 4y + 3 \cdots \cdots \textcircled{2}$
①에 의하여 $a = 25x + 2y + 2$, $b = 2y + 1$
②에 의하여 $c = 16x + y + 1$, $d = 4x + 4y + 3$
 $\therefore (25x + 2y + 2 + 2y + 1) - (16x + y + 1 + 4x + 4y + 3) =$
 $5x - y - 1$