

1. 함수  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  에서  $f(x) = x^2 + x + 1$  이다.  $f(a) = 3$  일 때,  $a$  의 값은? (단,  $a > 0$ )

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$a^2 + a + 1 = 3$$

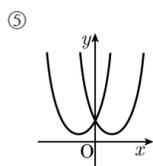
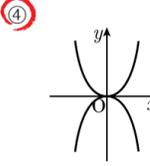
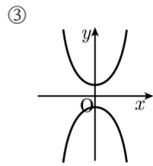
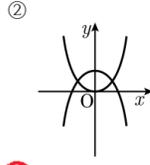
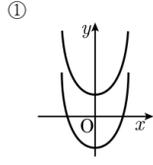
$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$(a+2)(a-1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } a = 1$$

$$\therefore a > 0 \text{ 이므로 } a = 1$$

2.  $x$  축에 대하여 서로 대칭인 두 그래프를 알맞게 나타낸 것은?



**해설**

그래프를  $x$  축을 기준으로 반대방향으로 그린 것이다.

3. 이차함수  $y = -2x^2 - 3$  의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭지점의 좌표는  $(0, -3)$  이다.
- ②  $x$  축에 대하여 좌우대칭이다.
- ③ 위로 볼록한 그래프이다.
- ④  $y = -2x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $-3$ 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ⑤  $y$  절편은  $-3$ 이다.

해설

$y$  축에 대하여 대칭이다.

4. 이차함수  $y = -\frac{3}{2}x^2 - 1$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로 5 만큼 평행이동시켰더니 점  $(4, k)$  를 지났다. 이때,  $k$  의 값을 구하면? (단,  $k > 0$ )

- ① -5      ② -10      ③ -15      ④ -20      ⑤ -25

해설

$y = -\frac{3}{2}x^2 - 1$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로 5 만큼 평행이동시킨 함수의 식은  $y = -\frac{3}{2}x^2 + 4$  이고, 점  $(4, k)$  를 지나므로  $k = -\frac{3}{2} \times 4^2 + 4, k = -20$  이다.

5. 이차함수  $y = -3x^2 + 6x + 1$  의 꼭짓점의 좌표는?

- ① (-1, 4)                      ② (-1, -4)                      ③ (1, -4)  
④ (4, -1)                      ⑤ (1, 4)

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x + 1 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -3(x - 1)^2 + 4\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, 4) 이다.

6. 이차함수  $y = -4x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼,  $y$  축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점  $(2, a)$  를 지난다.  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$y = -4x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼,  $y$  축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면  
 $y = -4(x - 1)^2 - 3$   
점  $(2, a)$  를 지나므로  
 $a = -4(2 - 1)^2 - 3$   
 $\therefore a = -7$

7. 포물선  $y = -x^2 + 8x - 7$  과  $x$  축과의 교점의 좌표를  $(a, 0)$ ,  $(b, 0)$  라고 할 때,  $a + b$  의 값을 구하면?

① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$  과  $x$  축과의 교점의  $x$  좌표는  
 $-x^2 + 8x - 7 = 0$  의 근과 같다.  
 $x^2 - 8x + 7 = 0$   
 $(x - 7)(x - 1) = 0$   
 $\therefore x = 7$  또는  $x = 1$   
 $\therefore a + b = 8$

8. 이차함수  $y = (x+3)^2 - 9$  의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는  $(-3, -9)$  이다.
- ② 대칭축은  $x = -3$  이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④  $x$  축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

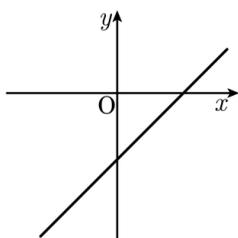
9. 이차함수  $y = x^2 + 3x + a$  의 그래프가 두 점  $(1, 3)$ ,  $(-1, b)$  를 지날 때, 상수  $a, b$  의 곱  $ab$  의 값을 구하여라.

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

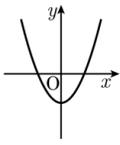
**해설**

점  $(1, 3)$  을 지나므로  $x = 1, y = 3$  을 대입하면  
 $3 = 1^2 + 3 \times 1 + a, a = -1 \therefore y = x^2 + 3x - 1$   
점  $(-1, b)$  를 지나므로  $x = -1, y = b$  를 대입하면  
 $b = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 1 = -3 \therefore b = -3$   
따라서  $a = -1, b = -3$  이므로  $ab = (-1) \times (-3) = 3$  이다.

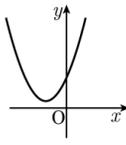
10. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수  $y = bx^2 + a$  의 그래프는?



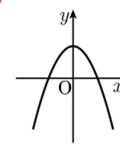
①



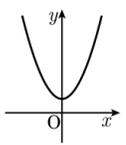
②



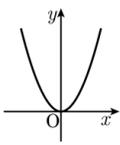
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$  그래프에서  $a > 0$ ,  $b < 0$  이므로 이차함수  $y = bx^2 + a$  는 위로 볼록하고  $y$  절편이 양수이다.

11. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나)의 식으로 맞지 않는 것은?

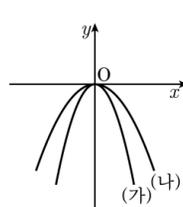
①  $y = \frac{1}{2}ax^2$

②  $y = \frac{3}{8}ax^2$

③  $y = \frac{1}{3}ax^2$

④  $y = \frac{3}{2}ax^2$

⑤  $y = \frac{3}{4}ax^2$



**해설**

$a < 0$  이므로  $y = mx^2$  이라고 하면  $a < m < 0$  이어야 한다.  
따라서  $y = \frac{3}{2}ax^2$  은 (나)의 식으로 맞지 않는다.

12. 이차함수  $y = 3x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동한 점  $(1, k)$  를 지난다고 한다.  $k$  의 값은?

① 1      ② 3      ③ 5      ④ 12      ⑤ 27

해설

$y = 3x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동한 함수의 식은

$y = 3(x+2)^2$  이고, 점  $(1, k)$  를 지나므로

$$k = 3(1+2)^2$$

$$\therefore k = 27$$

13. 이차함수  $y = a(x + 2)^2$  의 그래프를  $x$  축에 대하여 대칭이동한 후 다시  $y$  축에 대하여 대칭이동하면 점  $(3, -3)$  을 지난다. 이 때, 상수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

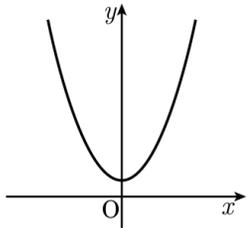
$x$  축에 대하여 대칭이동하면,  $y = -a(x + 2)^2$

$y$  축에 대하여 대칭이동하면,  $y = -a(-x + 2)^2 = -a(x - 2)^2$

점  $(3, -3)$  을 대입하면,  $-3 = -a$

$\therefore a = 3$

14. 이차함수  $y = a(x-p)^2 + q$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

- ㉠  $a < 0$       ㉡  $q > 0$       ㉢  $a + q < 0$   
 ㉣  $aq > 0$       ㉤  $ap^2 + q < 0$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

해설

그래프가 아래로 볼록하므로  $a > 0$ , 꼭짓점의 좌표가  $(0, q)$ ,  
 $p = 0, q > 0$

따라서  $a > 0, q > 0$  이다.

㉠  $a > 0$

㉢  $a + q > 0$

㉤  $y$ 절편이 양수이므로  $x = 0$ 을 대입하면  $ap^2 + q > 0$

15. 다음 이차함수의 그래프 중  $y = 3x^2$  의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것을 모두 고르면?

①  $y = 3x^2 + 1$

②  $y = -3x^2 + 4$

③  $y = \frac{9x^2 - 1}{3}$

④  $y = -3(x+1)^2$

⑤  $y = x^2 - 5x + 2 + 2(x-1)(x+1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$  의 그래프에서  $a$  의 값이 같으면 평행이동하여 두 이차함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.  
따라서  $a = 3$  인 것은 ①, ③, ⑤이다.

16. 이차함수  $y = 4x^2 + kx + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이  $y = x - 1$ 의 그래프 위에 있고  $x > a$ 이면  $y$ 의 값이 증가하고,  $x < a$ 이면  $y$ 의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단,  $a < 0$ )

- ①  $(-1, -1)$       ②  $(-1, -2)$       ③  $(1, 1)$   
④  $(1, 2)$       ⑤  $(1, 3)$

해설

축의 방정식이  $x = a$  이므로 꼭짓점의  $x$  좌표가  $a$  이다.  
따라서  $(a, a-1)$  을 지나므로  $y = 4(x-a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$  이고  $4a^2 + a - 1 = 2$  이다.  
따라서  $(4a-3)(a+1) = 0$  이므로  $a = -1(a < 0)$  이므로 꼭짓점은  $(-1, -2)$  이다.

17. 이차함수  $y = x^2 - 4x + k$  의 그래프가  $x$  축과 만나지 않기 위한  $k$  의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

18. 두 함수  $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과  $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두  $y$ 가  $x$ 에 관한 이차함수가 되도록 상수  $a$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

- i)  $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이  $x$ 에 관한 이차함수가 되기 위해서는  $a^2 - 3a + 2 = 0$  이어야 하므로  $(a - 1)(a - 2) = 0$   
 $\therefore a = 1$  또는  $a = 2$
- ii)  $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이  $x$ 에 관한 이차함수가 되기 위해서는  $2a^2 - 8 \neq 0$  이어야 하므로  $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여  $a = 1$ 이다.

19. 이차함수  $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이  $x$ 축 위에 있을 때,  $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점  $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가  $x$ 축 위에 있으므로  $-\frac{a^2}{4} - b = 0$ ,

$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

20. 이차함수  $f(x) = ax^2 + bx + c$  의 그래프가  $y$  절편은  $-3$  이고,  $f(-3) = f(1)$ ,  $a + b = 3$  을 만족할 때,  $a - b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$  의 그래프가  $y$  절편은  $-3$  이므로  $c = -3$   
 $f(-3) = f(1)$  이므로  
 $9a - 3b + c = a + b + c$   
 $2a = b$   
또한  $a + b = 3$  이므로  $a = 1$ ,  $b = 2$   
 $\therefore a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$

21. 포물선  $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$  이  $x$  축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{1}{2}$

해설

$$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2} \text{ 의}$$

$x$  절편을  $\alpha, \beta$  ( $\alpha > \beta$ ) 라고 하면

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$\alpha - \beta = 1$  이므로

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 이다.}$$

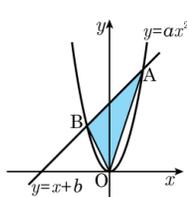
$$1 = 4a^2 - 4a + 2$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(2a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

22. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프와 직선  $y = x + b$  가 점 A (3, 9) 과 점 B 에서 만날 때,  $\triangle ABO$  의 넓이를 구하여라.



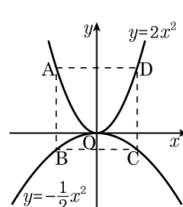
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = ax^2$  에 점 (3, 9) 을 대입,  $9 = 9a$ ,  $a = 1 \therefore y = x^2$   
 $y = x + b$  에 점 (3, 9) 을 대입,  $9 = 3 + b$ ,  $b = 6 \therefore y = x + 6$   
 $y = x^2$  과  $y = x + 6$  의 교점을 구하면  
 $x^2 = x + 6$   
 $x^2 - x - 6 = 0$   
 $(x - 3)(x + 2) = 0$   
 $x = -2$  또는  $x = 3$   
 $\therefore B(-2, 4)$   
 $y = x + 6$  에서  $x = -6$  일 때,  $y = 0$  이므로  
 $\triangle ABO$  의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 6 \times 9 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 15$  이다.

23. 다음 그림과 같이 두 이차함수  $y = 2x^2$ ,  $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D가 정사각형을 이룰 때, 점 D의  $x$ 좌표는?



- ①  $\frac{2}{3}$       ② 1      ③  $\frac{4}{3}$       ④  $\frac{5}{3}$       ⑤  $\frac{4}{5}$

**해설**

점 D의 좌표를  $(a, 2a^2)$ 이라 하면

$$B\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right), C\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$$

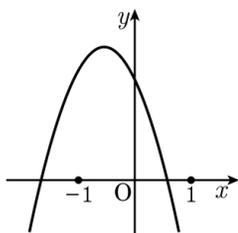
$\overline{DC} = \overline{BC}$ 이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a$$

$$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$



25. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 구하면?



- ①  $a > 0$       ②  $b < 0$       ③  $c < 0$   
④  $a + b + c > 0$       ⑤  $a - b + c < 0$

해설

- ① 위로 볼록하므로  $a < 0$   
② 축이  $y$  축의 왼쪽에 있으므로  $ab > 0$   
따라서  $b < 0$  이다.  
③  $y$  절편이 양수이므로  $c > 0$   
④  $x = 1$  일 때,  $y = a + b + c < 0$   
⑤  $x = -1$  일 때,  $y = a - b + c > 0$