

1. 함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 + x + 1$ 이다. $f(a) = 3$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$a^2 + a + 1 = 3$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

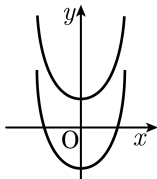
$$(a + 2)(a - 1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } a = 1$$

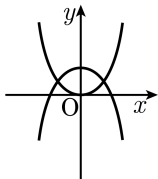
$$\therefore a > 0 \text{ 이므로 } a = 1$$

2. x 축에 대하여 서로 대칭인 두 그래프를 알맞게 나타낸 것은?

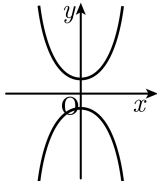
①



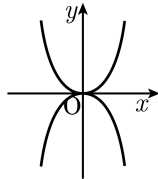
②



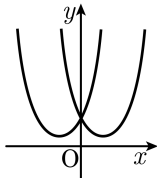
③



④



⑤



해설

그래프를 x 축을 기준으로 반대방향으로 그린 것이다.

3. 이차함수 $y = -2x^2 - 3$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭지점의 좌표는 $(0, -3)$ 이다.

② x 축에 대하여 좌우대칭이다.

③ 위로 볼록한 그래프이다.

④ $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프이다.

⑤ y 절편은 -3 이다.

해설

y 축에 대하여 대칭이다.

4. 이차함수 $y = -\frac{3}{2}x^2 - 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동시켰더니 점 $(4, k)$ 를 지났다. 이때, k 의 값을 구하면? (단, $k > 0$)

① -5

② -10

③ -15

④ -20

⑤ -25

해설

$y = -\frac{3}{2}x^2 - 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동시킨 함수의 식은 $y = -\frac{3}{2}x^2 + 4$ 이고, 점 $(4, k)$ 를 지나므로
 $k = -\frac{3}{2} \times 4^2 + 4, k = -20$ 이다.

5. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1, 4)$

② $(-1, -4)$

③ $(1, -4)$

④ $(4, -1)$

⑤ $(1, 4)$

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x + 1 \\&= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\&= -3(x - 1)^2 + 4\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

6. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

$y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = -4(x - 1)^2 - 3$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로

$$a = -4(2 - 1)^2 - 3$$

$$\therefore a = -7$$

7. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는
 $-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x - 7)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a + b = 8$$

8. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

9. 이차함수 $y = x^2 + 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(1, 3)$, $(-1, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 3$ 을 대입하면

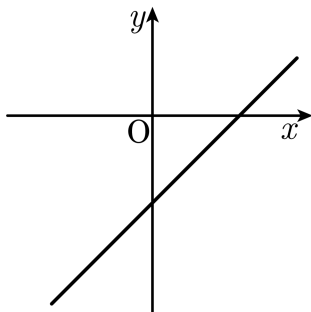
$$3 = 1^2 + 3 \times 1 + a, \quad a = -1 \quad \therefore y = x^2 + 3x - 1$$

점 $(-1, b)$ 를 지나므로 $x = -1, y = b$ 를 대입하면

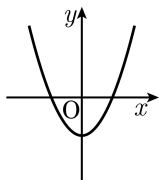
$$b = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 1 = -3 \quad \therefore b = -3$$

따라서 $a = -1, b = -3$ 이므로 $ab = (-1) \times (-3) = 3$ 이다.

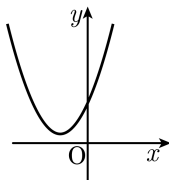
10. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = bx^2 + a$ 의 그래프는?



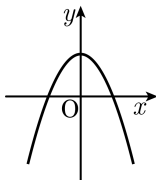
①



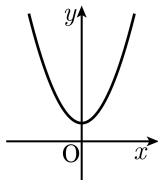
②



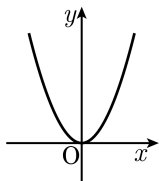
③



④



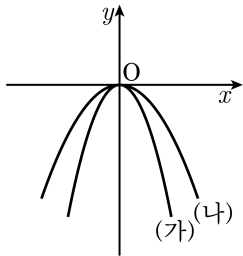
⑤



해설

$y = ax + b$ 그래프에서 $a > 0$, $b < 0$ 이므로 이차함수 $y = bx^2 + a$ 는 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

11. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나) 의 식으로 맞지 않는 것은?



① $y = \frac{1}{2}ax^2$

② $y = \frac{3}{8}ax^2$

③ $y = \frac{1}{3}ax^2$

④ $y = \frac{3}{2}ax^2$

⑤ $y = \frac{3}{4}ax^2$

해설

$a < 0$ 이므로 $y = mx^2$ 이라고 하면 $a < m < 0$ 이어야 한다.

따라서 $y = \frac{3}{2}ax^2$ 은 (나) 의 식으로 맞지 않는다.

12. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동면 점 $(1, k)$ 를 지난다고 한다. k 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 12

⑤ 27

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 한 함수의 식은

$y = 3(x + 2)^2$ 이고, 점 $(1, k)$ 를 지나므로

$$k = 3(1 + 2)^2$$

$$\therefore k = 27$$

13. 이차함수 $y = a(x + 2)^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(3, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

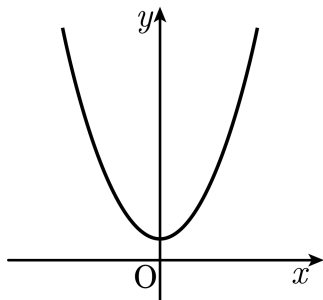
x 축에 대하여 대칭이동하면, $y = -a(x + 2)^2$

y 축에 대하여 대칭이동하면, $y = -a(-x + 2)^2 = -a(x - 2)^2$

점 $(3, -3)$ 을 대입하면, $-3 = -a$

$\therefore a = 3$

14. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $a < 0$

㉡ $q > 0$

㉢ $a + q < 0$

㉤ $aq > 0$

㉦ $ap^2 + q < 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$, 꼭짓점의 좌표가 $(0, q)$,
 $p = 0, q > 0$

따라서 $a > 0, q > 0$ 이다.

㉠ $a > 0$

㉢ $a + q > 0$

㉦ y 절편이 양수이므로 $x = 0$ 을 대입하면 $ap^2 + q > 0$

15. 다음 이차함수의 그래프 중 $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것을 모두 고르면?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3x^2 + 4$

③ $y = \frac{9x^2 - 1}{3}$

④ $y = -3(x + 1)^2$

⑤ $y = x^2 - 5x + 2 + 2(x - 1)(x + 1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행이동하여 두 이차함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.

따라서 $a = 3$ 인 것은 ①, ③, ⑤이다.

16. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$ 의 그래프 위에 있고 $x > a$ 이면 y 의 값이 증가하고, $x < a$ 이면 y 의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

① $(-1, -1)$

② $(-1, -2)$

③ $(1, 1)$

④ $(1, 2)$

⑤ $(1, 3)$

해설

축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.

따라서 $(a, a-1)$ 을 지나므로 $y = 4(x-a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.

따라서 $(4a-3)(a+1) = 0$ 이므로 $a = -1(a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

17. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

18. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

19. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} - b = 0$,

$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

20. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이고, $f(-3) = f(1)$, $a + b = 3$ 을 만족할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이므로 $c = -3$

$f(-3) = f(1)$ 이므로

$$9a - 3b + c = a + b + c$$

$$2a = b$$

또한 $a + b = 3$ 이므로 $a = 1$, $b = 2$

$$\therefore a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$$

21. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2} \text{ 의}$$

x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$$\alpha - \beta = 1 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 이다.}$$

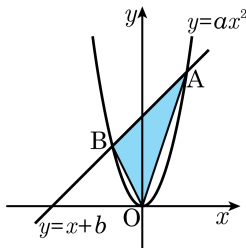
$$1 = 4a^2 - 4a + 2$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(2a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

22. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A (3, 9) 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = ax^2$ 에 점 (3, 9) 을 대입, $9 = 9a$, $a = 1 \quad \therefore y = x^2$

$y = x + b$ 에 점 (3, 9) 을 대입, $9 = 3 + b$, $b = 6 \quad \therefore y = x + 6$

$y = x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면

$$x^2 = x + 6$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

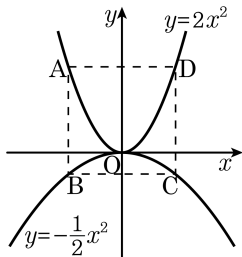
$$x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

$\therefore B(-2, 4)$

$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로

$\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 9 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 15$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D가 정사각형을 이룰 때, 점 D의 x 좌표는?



① $\frac{2}{3}$

② 1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라 하면

$$B\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right), C\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$$

$\overline{DC} = \overline{BC}$ 이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a$$

$$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$

24. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중, x, y 좌표의 값이 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 163 개

해설

$y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 이 만나는 두 점은 각각

$(-8, 16), (8, 16)$

둘러싸인 부분의 x 좌표의 범위는 $-8 \leq x \leq 8$ 이므로 이 범위 안의 정수는 $-8, -7, \dots, 7, 8$ 의 17개가 있다. 따라서

x 좌표가 -8 일 때 : 1 개

x 좌표가 -7 일 때 :

y 좌표는 13 부터 16 까지이므로 4 개

x 좌표가 -6 일 때 :

y 좌표는 9 부터 16 까지이므로 8 개

x 좌표가 -5 일 때 :

y 좌표는 7 부터 16 까지이므로 10 개

x 좌표가 -4 일 때 :

y 좌표는 4 부터 16 까지이므로 13 개

x 좌표가 -3 일 때 :

y 좌표는 3 부터 16 까지이므로 14 개

x 좌표가 -2 일 때 :

y 좌표는 1 부터 16 까지이므로 16 개

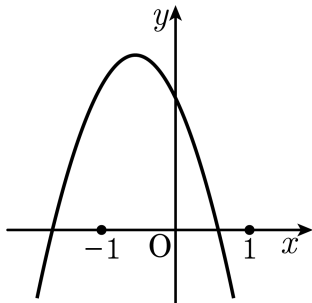
x 좌표가 -1 일 때 :

y 좌표는 1 부터 16 까지이므로 16 개

x 좌표가 0 일 때 : 1 개

$\therefore 2 \times (4 + 8 + 10 + 13 + 14 + 16 + 16) + 1 = 163$ (개)

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 구하면?



① $a > 0$

② $b < 0$

③ $c < 0$

④ $a + b + c > 0$

⑤ $a - b + c < 0$

해설

① 위로 볼록하므로 $a < 0$

② 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$
따라서 $b < 0$ 이다.

③ y 절편이 양수이므로 $c > 0$

④ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c < 0$

⑤ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c > 0$