

1. 다음 중에서 이차함수가 아닌 것을 모두 고르면?

① $3x^2 + 1 = 0$

② $y = -x^2 + 5x + 2$

③ $y = (x - 1)(x + 3) - x^2$

④ $y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$

⑤ $y = \frac{2}{5}x^2 - \frac{7}{8}$

해설

① $3x^2 + 1 = 0$ 은 이차방정식이다.

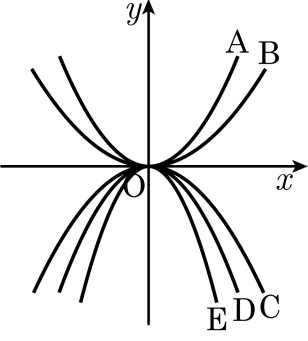
③ $y = (x - 1)(x + 3) - x^2 = 2x - 3$ 이므로 일차함수이다.

2. 다음 중 $y = x^2$ 의 그래프와 $y = -x^2$ 의 공통점이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 3 개)
- ① 원점을 지난다.
 - ② 아래로 볼록하다.
 - ③ y 축에 대하여 대칭이다.
 - ④ 그래프가 제 1 사분면을 지난다.
 - ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

x^2 의 계수가 양수면 아래로 볼록, 음수면 위로 볼록하다.

3. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. 이 중 a 의 절댓값이 가장 큰 것은?



- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ D
- ⑤ E

해설

y 축에 가까울수록 a 의 절댓값이 크다.

4. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 하였더니 점 $(2, 14)$ 를 지났다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼
평행이동한 식은 $y = ax^2 - 2$ 이고, 점 $(2, 14)$ 를 지나므로
 $14 = 4a - 2$ 이다.
 $\therefore a = 4$

5. 모양이 $y = 2x^2$ 과 같고 아래로 볼록하며 축의 방정식이 $x = -3$ 이고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = 2x^2 + 3$

③ $y = 2(x + 3)^2$

④ $y = -2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(x - 3)^2$

해설

x^2 의 계수는 모양을 결정하고 볼록한 방향은 x 의 계수의 부호를 결정하며 축의 방정식은 평행이동한 정도를 나타내고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 것은 y 축의 방향으로 평행이동하지 않았다는 의미이다.
따라서 $y = 2(x + 3)^2$ 이다.

6. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행 이동시키면 점 $(3, m)$ 을 지난다. 이 때, m 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = 2(x - 1)^2$ 의 그래프가 점 $(3, m)$ 을 지나므로
 $m = 2(3 - 1)^2, m = 8$

7. 이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -6$

해설

이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = -6$ 이다.

따라서 구하는 구간은 $x < -6$ 이다.

8. 이차함수 $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 + 1$ 의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 값이므로 $\frac{1}{4}(0+2)^2 + 1 = \frac{1}{4} \times 4 + 1 = 2$

9. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 + 3x - 2$ 일 때, $f(f(f(1)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 86

해설

$$f(1) = 1^2 + 3 - 2 = 2$$

$$f(f(1)) = f(2) = 2^2 + 3 \times 2 - 2 = 8$$

$$\therefore f(f(f(1))) = f(f(2))$$

$$= f(8)$$

$$= 8^2 + 3 \times 8 - 2 = 86$$

10. $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(3, 0)$

② $(0, 3)$

③ $(-2, 0)$

④ $(0, -2)$

⑤ $(-2, 1)$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로

$$1 = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 + q, q = 3$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$$

11. 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(1, -3)$ 을 지나는 이차함수의 그래프가 제 3 사분면 위의 점 $(a, -27)$ 과 제 4 사분면 위의 점 $(b, -27)$ 을 지날 때, $b - a$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ 0 ④ 6 ⑤ -6

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(1, -3)$ 을 지나므로
 $-3 = a \times (1)^2$, $a = -3 \therefore y = -3x^2$
점 $(m, -27)$ 를 지나므로 $-27 = -3 \times m^2$, $m^2 = 9 \therefore m = \pm 3$
제 3 사분면 위의 점은 (x 좌표) < 0 이고, 제 4 사분면 위의 점은 (x 좌표) > 0 이므로
 $a = -3$, $b = 3$
따라서 $b - a = 3 - (-3) = 6$ 이다.

12. 이차함수 $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 두 점 $(1, 4)$, $(-1, 12)$ 를 지날 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = x^2 + 1$ 를 x 축, y 축의 방향으로 각각 p , q 만큼 평행이동한 식을

$y = x^2 + ax + b$ 라고 하면

$(1, 4)$, $(-1, 12)$ 를 대입하면

$$1 + a + b = 4, a + b = 3 \cdots \textcircled{1}$$

$$1 - a + b = 12, -a + b = 11 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $a = -4$, $b = 7$

$$y = x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3$$

$$= (x - p)^2 + 1 + q$$

$$p = 2, 1 + q = 3, q = 2$$

$$\therefore p + q = 2 + 2 = 4$$

13. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -\frac{1}{2}$

해설

축의 방정식이 $x = -\frac{1}{2}$ 이고, 위로 볼록하므로

$x > -\frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

14. 다음 중 이차함수 $y = -3(x + 2)^2 - 5$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -5)$ 이다.
- ㉢ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.
- ㉣ 아래로 볼록한 포물선이다.
- ㉤ $y = 4x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.
- ㉥ $x > -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

$y = -3(x + 2)^2 - 5$ 의 그래프는 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 그래프이고 꼭짓점은 $(-2, -5)$, 축의 방정식은 $x = -2$ 이다. $-3 < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선이고 $3 < 4$ 이므로 $y = 4x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다. 위로 볼록한 포물선이고 축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 $x > -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

15. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

16. 직선 $y = x + m$ 과 포물선 $y = x^2 + 3x + 3$ 이 한 점에서 만날 때, m 의 값을 구하면?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x + m = x^2 + 3x + 3$ 이 중근을 가진다.

$x^2 + 2x + 3 - m = 0$ 에서 $D/4 = 1^2 - (3 - m) = 0$

$\therefore m = 2$

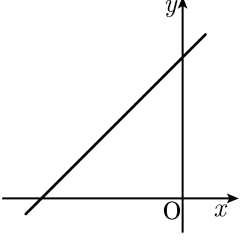
17. $y = k(k-2)x^2 - 3x^2 + 5x + 8k$ 가 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

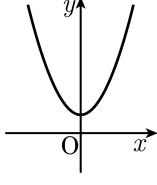
해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k-2) - 3 \neq 0$, $k(k-2) \neq 3$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 3$ 이다.

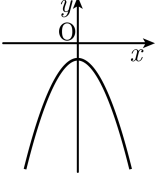
18. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



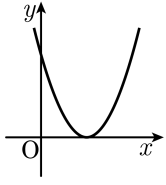
①



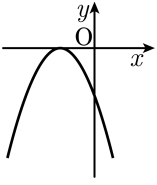
②



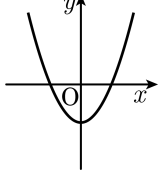
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
 $a > 0, b > 0$ 이다.

19. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때, a , b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

20. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

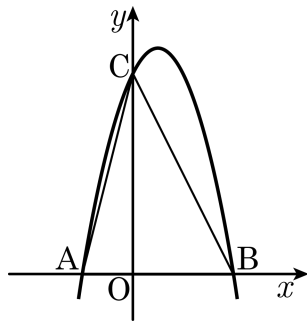
③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

21. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?

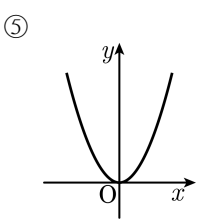
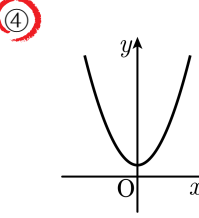
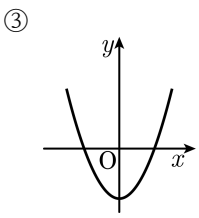
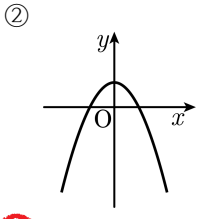
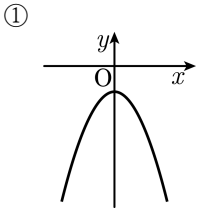
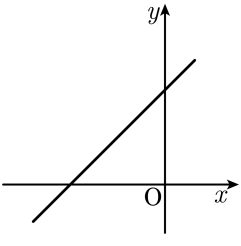


- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

해설

$y = -x^2 + 2x + 8$ 의 C 의 좌표 $(0, 8)$
 $-x^2 + 2x + 8 = 0$, $(x - 4)(x + 2) = 0$
 $x = 4$ 또는 $x = -2$
 $A(-2, 0), B(4, 0)$ 이므로
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

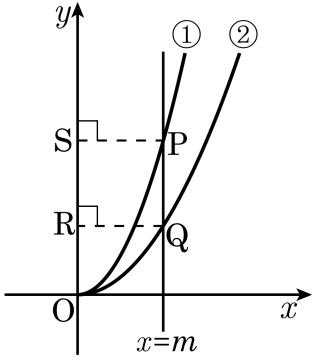
22. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음그림과 같을 때 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 y 축의 위에 있다.

23. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{3}{4}x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{1}$, $y = \frac{1}{3}x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프이다. y 축에 평행한 직선 $x = m (m > 0)$ 이 $\textcircled{1}$ 과 만나는 점을 P, $\textcircled{2}$ 와 만나는 점을 Q라 하고, 두 점 P, Q에서 y 축에 내린 수선이 y 축과 만나는 점을 각각 S, R이라 할 때, $\square PQRS$ 가 정사각형이 되는 m 의 값을 구하면?



- ①

$\frac{3}{4}$
- ②

$\frac{4}{3}$
- ③

$\frac{5}{12}$
- ④

$\frac{12}{5}$
- ⑤

$\frac{13}{5}$

해설

$\square PQRS$ 가 정사각형이 되려면

$\frac{3}{4}m^2 - \frac{1}{3}m^2 = m$ 이어야 한다.

이것을 풀면 $\frac{5}{12}m^2 = m$

따라서 $m > 0$ 이므로 $m = \frac{12}{5}$ 이다.

24. 이차함수 $y = (x-2)(x+k^2)$ ($k > 0$) 의 그래프가 y 축과 만나는 점과 양의 x 절편 그리고 직선 $y = x + 2$ 가 y 축과 만나는 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 y 좌표가 -5 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{6}$

해설

포물선이 y 축과 만나는 점은 $(0, -2k^2)$ 이고 직선의 y 절편은 $(0, 2)$ 이고, 양의 x 절편은 $(2, 0)$ 이다.

외심 O 의 y 좌표가 -5 이므로 $\frac{2-2k^2}{2} = -5$

$\therefore k = \pm\sqrt{6}$

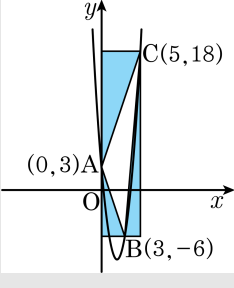
따라서 $k > 0$ 이므로 $k = \sqrt{6}$ 이다.

25. 이차함수 $y = 3x^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동한 포물선 위의 세 점 $A(0, a), B(3, b), C(5, 18)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$y = 3(x - 2)^2 - 1 - 8 = 3(x - 2)^2 - 9$$


$f(0) = 3, \quad A(0, 3)$
 $f(3) = -6, \quad B(3, -6)$
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 사각형의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$5 \times 24 - \frac{1}{2}(5 \times 15 + 3 \times 9 + 2 \times 24)$$
$$= 120 - 75 = 45$$