

1. 이차방정식 $x^2 + 2(k - 1)x + 4 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 k 값들의 합은?

① 1 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

중근을 가지려면 판별식 $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0, (k - 3)(k + 1) = 0$$

$$\therefore k = 3, -1$$

2. $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = -\frac{1}{2} \times (-2) = 1$$

3. 사차방정식 $x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$ 의 모든 해의 곱을 구하면?

- ① -8 ② -2 ③ 1 ④ 4 ⑤ 8

해설

$x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$
 $\{x(x+1)\}\{x(x-1)(x+2)\}-8=0$
 $(x^2+x)(x^2+x-2)-8=0$
 $x^2+x=t$ 라 하면, $t(t-2)-8=0$
 $\therefore t^2-2t-8=x^4+2x^3-x^2-2x-8=0$
근과 계수와의 관계에 의해서, 근을 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라 하면 $\therefore$ 모든
해의 곱은 -8

해설

근과 계수의 관계에서 모든 해의 곱을 나타내는 것은 다항식을 전개했을 때의 상수항이므로 -8 (단, 다항식의 최고차항의 차수가 홀수일 때는 상수항의 부호를 반대로 바꾼것이 모든 해의 곱이다.)

4. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^3 - 1 = 0 \text{ 에서 } (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \text{정수해는 } x = 1$$

5. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $A > B > 0, C > D > 0$ 이면 $AC > BD$ 이다.

② $A > B, C > D$ 이면 $A + C > B + D$ 이다.

③ $A > B > 0$ 이면 $A^2 > B^2$ 이다.

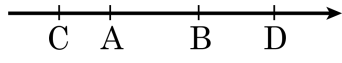
④ $A > B$ 이면 $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ 이다.

⑤ $A > 0 > B$ 이면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 이다.

해설

④ 만약 $B < 0 < A$ 인 경우라면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 가 되어 주어진 문장은 틀리다.

6. 다음 빈칸에 알맞은 부등호를 써 넣어라.



m, n 이 양수라고 할 때, 선분 AB 를 $m : n$ 으로 외분하는 점은

i) m () n 일 때 반직선 $\overrightarrow{BD}$ 위에 있고,

ii) $m(\quad) n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{AC}$ 위에 있다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : >

▶ 정답 : <

해설

외분점을 P 라고 하면

$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n \text{ 이므로}$$

$m > n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{BD}$ 위에 있고,

$m \leq n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{AC}$ 위에 있다.

7. 직선 $3x + y - 5 = 0$ 을 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하면 직선 $3x + y - 1 = 0$ 이 된다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하므로
직선 $3x + y - 5 = 0$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y - n$ 을 대입하면
 $3(x - 1) + (y - n) - 5 = 0$
 $3x + y - n - 8 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 $3x + y - 1 = 0$ 과 일치하므로 $-n - 8 = -1 \therefore n = -7$

8. 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동하면 처음 위치로 돌아온다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

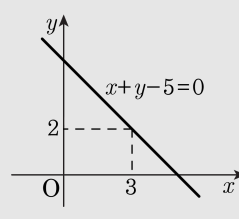
먼저 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼
평행이동한 점의 좌표는
 $(-1 + 6, -2)$, 즉 $(5, -2)$
점 $(5, -2)$ 를 다시 직선 $x = a$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는
 $(2a - 5, -2)$
이 때, 이것이 $(-1, -2)$ 와 같으므로 $2a - 5 = -1$
 $\therefore a = 2$

9. 점 $(k, 2)$ 가 직선 $x + y - 5 = 0$ 의 위부분 (경계선 제외) 에 있을 때, k 값의 범위를 구하면?

① $k > 2$ ② $k > 3$ ③ $k > 4$ ④ $k > 6$ ⑤ $k > 7$

해설

$(k, 2)$ 가 $x + y - 5 = 0$ 을 지날 때를
구해보면,
 $\therefore k + 2 - 5 = 0, \quad k = 3$
위쪽에 있으려면
 $\therefore k > 3$



10. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x + 1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x - 2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m - n$ 의 값은?

- ① 4 ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에 $x = -1, x = 2$ 를 각각 대입하면

$x = -1$ 일 때,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 2\text{일 때, } (2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

11. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식의 최소공배수가 $x^3 + 5x^2 - x - 5$ 이고 곱이 $x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 6x - 5$ 일 때, 두 이차식은?

- ① $x^2 - 2x + 1, x^2 + 6x + 5$ ② $x^2 - 2x + 1, x^2 - 6x + 5$
③ $x^2 - 1, x^2 + 6x + 5$ ④ $x^2 - 1, x^2 - 6x + 5$
⑤ $x^2 - 1, x^2 - 6x - 5$

해설

두 다항식을 $A = aG, B = bG$ (a, b 는 서로소)라고 하면

최소공배수 $L = abG, AB = abG^2$ 이다.

$$L = x^3 + 5x^2 - x - 5 = x^2(x + 5) - (x + 5)$$

$$= (x + 1)(x - 1)(x + 5)$$

$$AB = x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 6x - 5$$

$$= (x + 1)^2(x - 1)(x + 5)$$

$$\therefore G = x + 1$$

따라서, 두 이차식은 $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$, $(x + 1)(x + 5) = x^2 + 6x + 5$ 이다.

12. 다음은 삼차방정식 $x^3 + px + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라고 할 때, $-\alpha$ 는 $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이고, $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근임을 보인 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

α 는 $x^3 + px + 1 = 0$ 의 근이므로 $\alpha^3 + p\alpha + 1 = 0 \quad \cdots \textcircled{가}$
 $f(x) = x^3 + px - 1$ 이라고 하면 $f(-\alpha) = (-\alpha)^3 + p(-\alpha) - 1 = -(\alpha^3 + p\alpha + 1) = 0 \quad (\because \textcircled{가})$
따라서 $-\alpha$ 는 $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이다. 또 $g(x) = x^3 + px^2 + 1$ 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 1 = 0 \quad (\because \textcircled{가})$
따라서, $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근이다.

- ① (가) $(-\alpha)^3 + p(-\alpha) - 1$

② (나) $-(\alpha^3 - p\alpha + 1)$
- ③ (다) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 1$

④ (라) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 (1 + p\alpha + \alpha^3)$
- ⑤ (마) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 \cdot 0$

해설

 α 는 $x^3 + px + 1 = 0$ 의 근이므로 $\alpha^3 + p\alpha + 1 = 0 \quad \cdots \textcircled{가}$
 $f(x) = x^3 + px - 1$ 이라고 하면 $f(-\alpha) = (-\alpha)^3 + p(-\alpha) - 1 = -(\alpha^3 + p\alpha + 1) = 0 \quad (\because \textcircled{가})$
따라서 $-\alpha$ 는 $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이다.
또 $g(x) = x^3 + px^2 + 1$ 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 1 = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 (1 + p\alpha + \alpha^3) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 \cdot 0 = 0 \quad (\because \textcircled{가})$
따라서 $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근이다.

13. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2kx - k + 6 > 0$ 이 항상 성립하도록 k 의 범위를 구하면 $m < k < n$ 이다. 이 때, $m^2 + n^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + 2kx - k + 6 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식 $D < 0$ 이다.

$$\frac{D}{4} = k^2 - (-k + 6) < 0$$

$$k^2 + k - 6 < 0, (k + 3)(k - 2) < 0$$

$$-3 < k < 2$$

$$\therefore m = -3, n = 2$$

$$\therefore m^2 + n^2 = (-3)^2 + 2^2 = 13$$

14. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 일 때 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 이라면
 $(x - 1)(x - 4) > 0$ 에서 $x^2 - 5x + 4 > 0$ 이므로
 $a = -5, b = 4$ 따라서 $a + b = -1$

15. 연립부등식 $x^2 \leq 2x + 1 \leq x^2 + 4$ 의 해를 구하면?

- ① $1 - \sqrt{2} \leq x \leq 1 + \sqrt{2}$ ② $1 - \sqrt{2} < x \leq 1 + \sqrt{2}$
③ $-1 - \sqrt{2} \leq x \leq -1 + \sqrt{2}$ ④ 해는 없다.
⑤ 해는 모든 실수

해설

$$\begin{cases} x^2 \leq 2x + 1 & \cdots \textcircled{1} \\ 2x + 1 \leq x^2 + 4 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} : x^2 - 2x - 1 \leq 0 \\ \Leftrightarrow 1 - \sqrt{2} \leq x \leq 1 + \sqrt{2}$$

$$\textcircled{2} : x^2 - 2x + 3 \geq 0 \\ \Leftrightarrow (x - 1)^2 + 2 \geq 0$$

해는 모든 수

$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}$ 의 공통범위는 $1 - \sqrt{2} \leq x \leq 1 + \sqrt{2}$

16. 부등식 $-x < x^2 < 2x + 1$ 의 해를 구하면?

① $x < -1$ 또는 $x > 0$

② $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$

③ $0 < x < 1 + \sqrt{2}$

④ $-1 < x < 0$

⑤ $x < -\sqrt{2}$
또는 $x > 1 + \sqrt{2}$

해설

$$-x < x^2 < 2x + 1$$

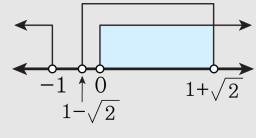
$$\begin{cases} -x < x^2 & \dots \textcircled{1} \\ x^2 < 2x + 1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad 0 < x^2 + x, \quad x(x+1) > 0$$

$$\therefore x < -1 \text{ 또는 } x > 0$$

$$\textcircled{2} \quad x^2 - 2x - 1 < 0,$$

$$\therefore 1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$$



두 부등식의 공통부분은

$$\therefore 0 < x < 1 + \sqrt{2}$$

17. 두 점 A, B 에 대하여 선분 AB를 1 : 2 로 내분하는 점이 P(2, 3), 1 : 2 로 외분하는 점이 Q(-2, 7) 일때, 선분 AB 의 길이는?

① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

A(a, b), B(c, d) 라고 하면
선분 AB 를 1 : 2 로 내분하는 점은
 $P\left(\frac{c+2a}{1+2}, \frac{d+2b}{1+2}\right) = P(2, 3)$
 $\therefore 2a+c=6, 2b+d=9$
1 : 2 로 외분하는 점은
 $Q\left(\frac{c-2a}{1-2}, \frac{d-2b}{1-2}\right) = Q(-2, 7)$
 $\therefore 2a-c=-2, 2b-d=7$
따라서 $a=1, b=4, c=4, d=1$
 $\therefore A=(1, 4), B(4, 1)$
 $\therefore AB = \sqrt{(1-4)^2 + (4-1)^2} = 3\sqrt{2}$

18. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+2, y-3)$ 에 의하여 직선 $x+ay+b=0$ 이 직선 $x-2y+10=0$ 으로 옮겨졌다고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+2, y-3)$ 에 의하여
직선 $x+ay+b=0$ 은
 $(x-2)+a(y+3)+b=0$ 으로 옮겨진다.
이 식을 정리하면 $x+ay+3a+b-2=0$ 이다.
이 식은 $x-2y+10=0$ 과 같은 식이므로
계수를 비교하면 $a=-2, 3a+b-2=10$
 $\therefore a=-2, b=18 \quad \therefore a+b=16$

19. 원 $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 1 = 0$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시킨 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하면?

- ① $(-1, -1)$, $2\sqrt{3}$ ② $(0, 0)$, $3\sqrt{3}$ ③ $(1, 1)$, $4\sqrt{3}$
④ $(2, 2)$, $5\sqrt{3}$ ⑤ $(3, 3)$, $6\sqrt{3}$

해설

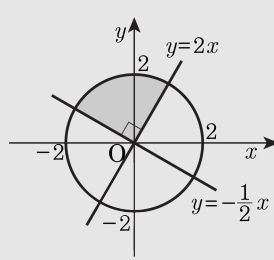
$x^2 + y^2 + 6x - 4y + 1 = 0$
 $(x^2 + 6x + 9) + (y^2 - 4y + 4) = 12$
 $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 12$
이 원의 중심의 좌표는 $(-3, 2)$ 이고
반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$ 이다.
따라서, 이 원을 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시켰을 때,
중심의 좌표는 $(-3 + 2, 2 - 3) = (-1, -1)$ 이고,
반지름의 길이는 변하지 않으므로 $2\sqrt{3}$ 이다.

20. 연립부등식
$$\begin{cases} y \geq 2x \\ y \geq -\frac{1}{2}x \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$$
 이 나타내는 영역의 넓이를 구하면?

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π ④ 2π ⑤ 4π

해설

주어지는 연립부등식을 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.
따라서, 구하는 영역의 넓이는 $4\pi \times \frac{1}{4} = \pi$



21. 세 개의 부등식 $x^2 + y^2 \leq 1, y \geq -2x + 1, y \geq 0$ 을 동시에 만족시키는 x, y 에 대하여 $x + 2y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

주어진 부등식을 동시에 만족시키는 영역은 다음 빛금 진 부분과 같다.

$x + 2y = k$ 라 놓으면

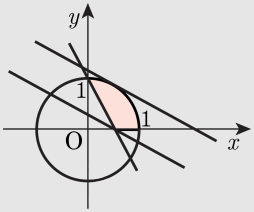
$y = -\frac{1}{2}x + \frac{k}{2}$ 이므로

점 $(\frac{1}{2}, 0)$ 을 지날 때 k 가 최소이고

직선 $x + 2y - k = 0$ 인,

원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접할 때 k 는 최대이다.

최솟값은 $k = \frac{1}{2} + 2 \cdot 0 = \frac{1}{2}$



22. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하면 나머지는 5이고, 몫 $Q(x)$ 를 다시 $x+3$ 으로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나눈 나머지는?

① 10 ② -10 ③ 9 ④ -9 ⑤ 8

해설

나머지정리에 의해 $f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나눈 나머지는 $f(-3)$ 이다.
 $f(x) = (x-2)Q(x) + 5$ 에서
 $x = -3$ 을 대입하면 $f(-3) = (-3-2)Q(-3) + 5$
 $Q(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 3이므로 $Q(-3) = 3$
 $\therefore f(-3) = -10$

23. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 으로 나누면 나머지가 12이다. 또 $f(x) - g(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 로 나누면 나머지가 -2이다.

이때, $f(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 으로 나눈 나머지는?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$f(x) + g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_1(x) + 12 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x) - g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_2(x) - 2 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$2f(x) = (x^2 + 3x - 15) (Q_1(x) + Q_2(x)) + 10$$

$$f(x) = \frac{1}{2} (x^2 + 3x - 15) (Q_1(x) + Q_2(x)) + 5$$

$\therefore$ 나머지는 5

24. $i(x+i)^3$ 이 실수일 때, 실수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 0

② $\sqrt{3}$

③ $-\sqrt{3}$

④ 1

⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}i(x+i)^3 &= i(x^3 + 3x^2i - 3x - i) \\ &= (-3x^2 + 1) + (x^3 - 3x)i\end{aligned}$$

실수가 되기 위해서는 허수부가 0

$$\therefore x^3 - 3x = 0$$

$$x(x^2 - 3) = 0$$

$$\therefore x = 0, \pm\sqrt{3}$$

25. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수라고 할 때, $y = 2[x] + 3$, $y = 3[x - 2] + 5$ 를 동시에 만족시키는 정수가 아닌 x 에 대하여 $x + y$ 의 범위를 구하면?

① $13 < x + y < 14$

② $14 < x + y < 15$

③ $-4 < x + y < 4$

④ $15 < x + y < 16$

⑤ $x + y = 16.4$

해설

$$2[x] + 3 = 3[x - 2] + 5, \quad 2[x] + 3 = 3([x] - 2) + 5$$

$$\therefore [x] = 4$$

x 가 정수가 아니므로 $4 < x < 5$

$$y = 2[x] + 3 = 11 \text{ 이므로 } 15 < x + y < 16$$

26. 세 점 $O(0,0)$, $A(1,1)$, $B(2,-2)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 의 외심의 좌표를 $P(a,b)$ 라 할 때, $a^2 - b^2$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

외심 (외접원의 중심)은 세 꼭짓점으로부터 거리가 같은 점이

므로

$\overline{PO}^2 = \overline{PA}^2$ 으로부터

$$a^2 + b^2 = (a - 1)^2 + (b - 1)^2, \quad a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$\overline{PO}^2 = \overline{PB}^2$ 으로부터

$$a^2 + b^2 = (a - 2)^2 + (b + 2)^2, \quad a - b = 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{로 부터 } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 1 \times 2 = 2$$

27. 두 점 $(a, 0)$, $(0, b)$ 에서 직선 $2x - y = 0$ 까지의 거리가 같을 때,
 $\frac{2a - b}{a + b}$ 의 값은 ? (단, $ab < 0$)

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

두 점 $(a, 0)$, $(0, b)$ 에서
직선 $2x - y = 0$
까지의 거리가 같으므로,

$$\frac{|2a - 0|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|0 - b|}{\sqrt{2^2 + 1^2}}$$

$|2a| = |-b|, ab < 0$ 이므로

$$2a = -b, \therefore b = -2a$$

$$\text{따라서, } \frac{2a - b}{a + b} = \frac{2a + 2a}{a - 2a} = \frac{4a}{-a} = -4$$

28. 다음과 같은 삼차다항식 $P(x)$, $Q(x)$ 가 있다.
 $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1999$, $Q(x) = -x^3 + cx^2 + dx - 1999$
두 삼차다항식을 $x^2 - 1$ 로 나누면 나머지가 서로 같다고 한다. 이때,
 $P(1999) - Q(1999)$ 의 값은?
- ① -3998 ② -1999 ③ 0
④ 1999 ⑤ 3998

해설

$H(x) = P(x) - Q(x)$ 로 놓으면
 $H(x)$ 는 $x^2 - 1$ 로 나누어떨어지므로
 $H(x) = 2x^3 + (a - c)x^2 + (b - d)x + 3998$
 $= (x^2 - 1)(2x - 3998)$ 으로 놓을 수 있다.
($\because x^3$ 의 계수가 2이고 상수항이 3998이므로 $x^2 - 1$ 로 나눈 몫은 $2x - 3998$ 이다.)
 $\therefore P(1999) - Q(1999)$
 $= H(1999)$
 $= (1999^2 - 1)(3998 - 3998)$
 $= 0$

29.
$$\begin{cases} xy + 3y - 2z = 0 \\ x + 2y - z = -1 \end{cases}$$
 이 연립방정식의 해 x, y, z 에 대하여 $x + y + z$

의 값들을 작은 값부터 나열하여라. (단, x, y, z 는 음이 아닌 정수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

▷ 정답 : 20

▷ 정답 : 23

해설

$$\begin{cases} xy + 3y - 2z = 0 \cdots \textcircled{1} \\ x + 2y - z = -1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} - 2 \times \textcircled{2}$ 하면

$$xy + 3y - 2x - 4y = 2, \quad xy - 2x - y - 2 = 0$$

$$x(y - 2) - (y - 2) = 4, \quad (x - 1)(y - 2) = 4$$

x, y 는 음이 아닌 정수이므로

$$(x - 1, y - 2) = (1, 4), (2, 2), (4, 1)$$

$$\therefore (x, y, z) = (2, 6, 15), (3, 4, 12), (5, 3, 12)$$

$$\therefore x + y + z = 19, 20, 23$$

30. 정점 A(4, 2)과 직선 $y = x$ 위를 움직이는 동점 P, x 축 위를 움직이는 동점 Q에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA}$ 가 최소가 되는 거리는?

- ① $3\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{10}$

해설

최솟값은 점 A를 $y = x$ 에 대해 대칭시킨 점과 A를 x 축에 대칭시킨 점 사이의 거리와 같다.

$y = x$ 에 대한 대칭점은 A'(2, 4)

x 축에 대한 대칭점은 A''(4, -2)이므로

$$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} \geq \overline{A'A''}$$

$$= \sqrt{(2-4)^2 + (4+2)^2} = 2\sqrt{10}$$