1. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 4 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 k 값들의 합은?

① 1 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

중근을 가지려면 판별식 $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 4 = 0$$

$k^2 - 2k - 3 = 0$, $(k-3)(k+1) = 0$

$\therefore\ k = 3, -1$

2. $2x^2+4x-1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ \alpha^2\beta+\alpha\beta^2=\alpha\beta(\alpha+\beta)=-\dfrac{1}{2}\times(-2)=1$

3. 사차방정식 $x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$ 의 모든 해의 곱을 구하면?

① -8 ② -2 ③ 1 ④ 4 ⑤ 8

해설

$x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$
$\{x(x+1)\}\{(x-1)(x+2)\}-8=0$
$(x^2+x)(x^2+x-2)-8=0$
$x^2+x=t$ 라 하면, $t(t-2)-8=0$
$\therefore\ t^2-2t-8=x^4+2x^3-x^2-2x-8=0$
근과 계수와의 관계에 의해서, 근을 $\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta$ 라 하면 $\therefore$ 모든 해의 곱은 -8

해설

근과 계수의 관계에서 모든 해의 곱을 나타내는 것은 다항식을 전개했을 때의 상수항이므로 -8 (단, 다항식의 최고차항의 차수가 홀수일 때는 상수항의 부호를 반대로 바꾼것이 모든 해의 곱이다.)

4. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

5. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $A > B > 0,\ C > D > 0$이면 $AC > BD$이다.

② $A > B,\ C > D$이면 $A + C > B + D$이다.

③ $A > B > 0$이면 $A^2 > B^2$이다.

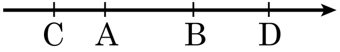
④ $A > B$이면 $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$이다.

⑤ $A > 0 > B$이면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$이다.

해설

④ 만약 $B < 0 < A$인 경우라면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$가 되어 주어진 문장은 틀리다.

6. 다음 빈칸에 알맞은 부등호를 써 넣어라.



m , n 이 양수라고 할 때, 선분 AB 를 m : n 으로 외분하는 점은

i) m (   ) n 일 때 반직선 $\overrightarrow{\mathrm{BD}}$ 위에 있고,

ii) m (   ) n 일 때 반직선 $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ 위에 있다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $>$

▷ 정답 : $<$

해설

외분점을 P 라고 하면

$\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{PB}} = m : n$ 이므로

$m > n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{\mathrm{BD}}$ 위에 있고,

$m < n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ 위에 있다.

7. 직선 $3x+y-5=0$을 x축 방향으로 1만큼, y축 방향으로 n만큼 평행이동하면 직선 $3x+y-1=0$이 된다. 이 때, n의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x축 방향으로 1, y축 방향으로 n만큼 평행이동하므로
직선 $3x+y-5=0$에 x 대신 $x-1$, y 대신 $y-n$을 대입하면
$3(x-1)+(y-n)-5=0$
$3x+y-n-8=0 \quad \cdots\cdots$ ㉠
㉠이 $3x+y-1=0$과 일치하므로 $-n-8=-1 \therefore \; n=-7$

8. 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동하면 처음 위치로 돌아온다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

먼저 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼
평행이동한 점의 좌표는
$(-1 + 6, -2)$, 즉 $(5, -2)$
점 $(5, -2)$ 를 다시 직선 $x = a$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는
$(2a - 5, -2)$
이 때, 이것이 $(-1, -2)$ 와 같으므로 $2a - 5 = -1$
$\therefore a = 2$

9. 점 $(k, 2)$ 가 직선 $x+y-5=0$ 의 윗부분(경계선 제외)에 있을 때, k 값의 범위를 구하면?

① $k>2$ ② $k>3$ ③ $k>4$ ④ $k>6$ ⑤ $k>7$

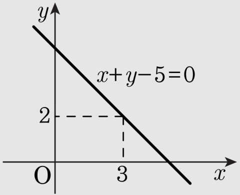
해설

$(k, 2)$ 가 $x+y-5=0$ 을 지날 때를 구해보면,

$\therefore\ k+2-5=0,\quad k=3$

위쪽에 있으려면

$\therefore\ k>3$



10. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m-n$의 값은?

① 4　② $\frac{13}{3}$　③ $\frac{14}{3}$　④ 5　⑤ $\frac{16}{3}$

해설

나머지 정리를 이용한다.
주어진 식에 $x=-1, x=2$를 각각 대입하면
$x=-1$일 때,
$(-1)^3+m(-1)^2+n(-1)+1=5\cdots$①
$x=2$일 때, $(2)^3+m(2)^2+n\cdot 2+1=3\cdots$②
①, ②를 연립하면
$m=\frac{2}{3},\ n=-\frac{13}{3}$
$\therefore\ m-n=5$

11. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식의 최소공배수가 x^3+5x^2-x-5 이고 곱이 $x^4+6x^3+4x^2-6x-5$ 일 때, 두 이차식은?

① $x^2-2x+1,\ x^2+6x+5$
② $x^2-2x+1,\ x^2-6x+5$
③ $x^2-1,\ x^2+6x+5$
④ $x^2-1,\ x^2-6x+5$
⑤ $x^2-1,\ x^2-6x-5$

해설

두 다항식을 $A=aG$, $B=bG$ ($a,\ b$ 는 서로소) 라고 하면 최소공배수 $L=abG$, $AB=abG^2$ 이다.

$L=x^3+5x^2-x-5=x^2(x+5)-(x+5)$
$\quad=(x+1)(x-1)(x+5)$

$AB=x^4+6x^3+4x^2-6x-5$
$\quad=(x+1)^2(x-1)(x+5)$

$\therefore\ G=x+1$

따라서, 두 이차식은 $(x+1)(x-1)=x^2-1$, $(x+1)(x+5)=x^2+6x+5$ 이다.

12. 다음은 삼차방정식 $x^3+px+1=0$의 한 근을 α라고 할 때, $-\alpha$는 $x^3+px-1=0$의 근이고, $\frac{1}{\alpha}$은 $x^3+px^2+1=0$의 근임을 보인 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

> α는 $x^3+px+1=0$의 근이므로 $\alpha^3+p\alpha+1=0$ $\cdots$ ㉠
> $f(x)=x^3+px-1$이라고 하면 $f(-\alpha)=$ (가)$=$ (나) $=0$ ($\because$ ㉠)
> 따라서 $-\alpha$는 $x^3+px-1=0$의 근이다. 또 $g(x)=x^3+px^2+1$이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right)=$ (다)$=$ (라)$=$ (마) $=0$($\because$ ㉠)
> 따라서, $\frac{1}{\alpha}$은 $x^3+px^2+1=0$ 의 근이다.

① (가) $(-\alpha)^3+p(-\alpha)-1$
② (나) $-(\alpha^3-p\alpha+1)$
③ (다) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3+p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2+1$
④ (라) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3(1+p\alpha+\alpha^3)$
⑤ (마) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3\cdot 0$

해설

α는 $x^3+px+1=0$의 근이므로 $\alpha^3+p\alpha+1=0$ $\cdots$ ㉠
$f(x)=x^3+px-1$이라고 하면 $f(-\alpha)=(-\alpha)^3+p(-\alpha)-1$
$=-(\alpha^3+p\alpha+1)=0$ ($\because$ ㉠)
따라서 $-\alpha$ 는 $x^3+px-1=0$의 근이다.

또 $g(x)=x^3+px^2+1$ 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3+p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2+1$

$=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3(1+p\alpha+\alpha^3)=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3\cdot 0=0$ ($\because$ ㉠)

따라서 $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3+px^2+1=0$ 의 근이다.

13. 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2kx - k + 6 > 0$이 항상 성립하도록 k의 범위를 구하면 $m < k < n$이다. 이 때, $m^2 + n^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + 2kx - k + 6 > 0$이 항상 성립하려면
판별식 $D < 0$이다.

$$\frac{D}{4} = k^2 - (-k + 6) < 0$$

$k^2 + k - 6 < 0$, $(k + 3)(k - 2) < 0$

$-3 < k < 2$

$\therefore m = -3,\ n = 2$

$\therefore\ m^2 + n^2 = (-3)^2 + 2^2 = 13$

14. x 에 대한 이차부등식 $x^2+ax+b>0$ 의 해가 $x<1$ 또는 $x>4$ 일 때 상수 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2+ax+b>0$ 의 해가 $x<1$ 또는 $x>4$ 이려면
$(x-1)(x-4)>0$ 에서 $x^2-5x+4>0$ 이므로
$a=-5,\ b=4$ 따라서 $a+b=-1$

15. 연립부등식 $x^2 \le 2x+1 \le x^2+4$의 해를 구하면?

① $1-\sqrt{2} \le x \le 1+\sqrt{2}$
② $1-\sqrt{2} < x \le 1+\sqrt{2}$
③ $-1-\sqrt{2} \le x \le -1+\sqrt{2}$
④ 해는 없다.
⑤ 해는 모든 실수

해설

$$\begin{cases} x^2 \le 2x+1 & \cdots ㉠ \\ 2x+1 \le x^2+4 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ : $x^2-2x-1 \le 0$

$\Leftrightarrow 1-\sqrt{2} \le x \le 1+\sqrt{2}$

㉡ : $x^2-2x+3 \ge 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+2 \ge 0$

해는 모든 수

$\therefore$ ㉠, ㉡의 공통범위는 $1-\sqrt{2} \le x \le 1+\sqrt{2}$

16. 부등식 $-x < x^2 < 2x+1$의 해를 구하면?

① $x < -1$ 또는 $x > 0$

② $1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2}$

③ $0 < x < 1+\sqrt{2}$

④ $-1 < x < 0$

⑤ $x < -\sqrt{2}$
또는 $x > 1+\sqrt{2}$

해설

$-x < x^2 < 2x+1$

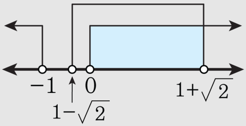
$$\begin{cases} -x < x^2 & \cdots ㉠ \\ x^2 < 2x+1 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ $0 < x^2 + x,\ x(x+1) > 0$

$\therefore x < -1$ 또는 $x > 0$

㉡ $x^2 - 2x - 1 < 0$,

$\therefore 1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2}$



두 부등식의 공통부분은

$\therefore 0 < x < 1+\sqrt{2}$

17. 두 점 A, B 에 대하여 선분 AB를 $1:2$ 로 내분하는 점이 P(2, 3), $1:2$ 로 외분하는 점이 Q(−2, 7) 일때, 선분 AB 의 길이는?

① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\mathrm{A}(a,b), \mathrm{B}(c,d)$ 라고 하면

선분 AB 를 $1:2$ 로 내분하는 점은

$$\mathrm{P}\left(\frac{c+2a}{1+2}, \frac{d+2b}{1+2}\right) = \mathrm{P}(2,3)$$

$\therefore\ 2a+c=6, 2b+d=9$

$1:2$ 로 외분하는 점은

$$\mathrm{Q}\left(\frac{c-2a}{1-2}, \frac{d-2b}{1-2}\right) = \mathrm{Q}(-2,\ 7)$$

$\therefore\ 2a-c=-2, 2b-d=7$

따라서 $a=1, b=4, c=4, d=1$

$\therefore\ \mathrm{A}=(1,4), \mathrm{B}(4,1)$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(1-4)^2+(4-1)^2} = 3\sqrt{2}$

18. 평행이동 $(x,\ y) \to (x+2,\ y-3)$ 에 의하여 직선 $x+ay+b=0$ 이 직선 $x-2y+10=0$ 으로 옮겨졌다고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 12　　② 14　　③ 16　　④ 18　　⑤ 20

해설

평행이동 $(x,\ y) \to (x+2,\ y-3)$ 에 의하여
직선 $x+ay+b=0$ 은
$(x-2)+a(y+3)+b=0$ 으로 옮겨진다.
이 식을 정리하면 $x+ay+3a+b-2=0$ 이다.
이 식은 $x-2y+10=0$ 과 같은 식이므로
계수를 비교하면 $a=-2,\ 3a+b-2=10$
$\therefore\ a=-2,\ b=18 \quad \therefore\ a+b=16$

19. 원 $x^2+y^2+6x-4y+1=0$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시킨 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 구하면?

① $(-1,-1)$, $2\sqrt{3}$ ② $(0,0)$, $3\sqrt{3}$ ③ $(1,1)$, $4\sqrt{3}$
④ $(2,2)$, $5\sqrt{3}$ ⑤ $(3,3)$, $6\sqrt{3}$

해설

$x^2+y^2+6x-4y+1=0$

$(x^2+6x+9)+(y^2-4y+4)=12$

$(x+3)^2+(y-2)^2=12$

이 원의 중심의 좌표는 $(-3,2)$ 이고

반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$ 이다.

따라서, 이 원을 x 축의 방향으로 2 만큼,

y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시켰을 때,

중심의 좌표는 $(-3+2,2-3)=(-1,-1)$ 이고,

반지름의 길이는 변하지 않으므로 $2\sqrt{3}$ 이다.

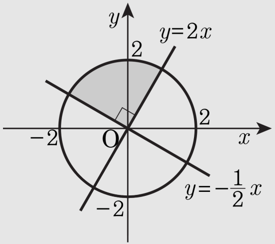
20. 연립부등식 $\begin{cases} y \geq 2x \\ y \geq -\dfrac{1}{2}x \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$ 이 나타내는 영역의 넓이를 구하면?

① $\dfrac{\pi}{4}$ ② $\dfrac{\pi}{2}$ ③ π ④ 2π ⑤ 4π

해설

주어지는 연립부등식을 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.

따라서, 구하는 영역의 넓이는 $4\pi \times \dfrac{1}{4} = \pi$



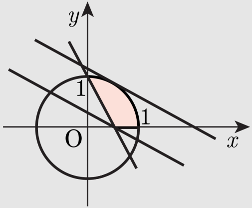
21. 세 개의 부등식 $x^2+y^2 \leq 1, y \geq -2x+1, y \geq 0$ 을 동시에 만족시키는 x, y 에 대하여 $x+2y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

주어진 부등식을 동시에 만족시키는 영역은 다음 빗금 친 부분과 같다.



$x+2y=k$ 라 놓으면

$y=-\frac{1}{2}x+\frac{k}{2}$ 이므로

점 $\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$ 을 지날 때 k 가 최소이고

직선 $x+2y-k=0$ 인,

원 $x^2+y^2=1$ 에 접할 때 k 는 최대이다.

최솟값은 $k=\frac{1}{2}+2\cdot 0=\frac{1}{2}$

22. 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 하면 나머지는 5이고, 몫 $Q(x)$를 다시 $x+3$으로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $f(x)$를 $x+3$으로 나눈 나머지는?

① 10 ② -10 ③ 9 ④ -9 ⑤ 8

해설

나머지정리에 의해 $f(x)$를 $x+3$으로 나눈 나머지는 $f(-3)$이다.

$f(x)=(x-2)Q(x)+5$에서

$x=-3$을 대입하면 $f(-3)=(-3-2)Q(-3)+5$

$Q(x)$를 $x+3$으로 나누었을 때의 나머지가 3이므로 $Q(-3)=3$

$\therefore\ f(-3)=-10$

23. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(x)+g(x)$를 $x^2+3x-15$으로 나누면 나머지가 12이다. 또 $f(x)-g(x)$를 $x^2+3x-15$로 나누면 나머지가 -2이다.
이때, $f(x)$를 $x^2+3x-15$으로 나눈 나머지는?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$f(x)+g(x)=\left(x^2+3x-15\right)Q_1(x)+12\cdots㉠$$
$$f(x)-g(x)=\left(x^2+3x-15\right)Q_2(x)-2\cdots㉡$$
㉠ + ㉡을 하면
$$2f(x)=\left(x^2+3x-15\right)\left(Q_1(x)+Q_2(x)\right)+10$$
$$f(x)=\frac{1}{2}\left(x^2+3x-15\right)\left(Q_1(x)+Q_2(x)\right)+5$$
$\therefore$ 나머지는 5

24. $i(x+i)^3$이 실수일 때, 실수 x의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 0　② $\sqrt{3}$　③ $-\sqrt{3}$　④ 1　⑤ -1

해설

$$
\begin{aligned}
i(x+i)^3 &= i(x^3+3x^2i-3x-i) \\
&= (-3x^2+1)+(x^3-3x)i
\end{aligned}
$$

실수가 되기 위해서는 허수부가 0

$\therefore\ x^3-3x=0$

$x(x^2-3)=0$

$\therefore\ x=0,\ \pm\sqrt{3}$

25. $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수라고 할 때, $y=2[x]+3$, $y=3[x-2]+5$를 동시에 만족시키는 정수가 아닌 x에 대하여 $x+y$의 범위를 구하면?

① $13<x+y<14$

② $14<x+y<15$

③ $-4<x+y<4$

④ $15<x+y<16$

⑤ $x+y=16.4$

해설

$2[x]+3=3[x-2]+5,\ \ 2[x]+3=3([x]-2)+5$

$\therefore\ [x]=4$

x가 정수가 아니므로 $4<x<5$

$y=2[x]+3=11$이므로 $15<x+y<16$

26. 세 점 $\mathrm{O}(0, 0)$, $\mathrm{A}(1, 1)$, $\mathrm{B}(2, -2)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB의 외심의 좌표를 $\mathrm{P}(a, b)$라 할 때, $a^2 - b^2$을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

외심 (외접원의 중심)은 세 꼭지점으로부터 거리가 같은 점이므로

$\overline{\mathrm{PO}}^2 = \overline{\mathrm{PA}}^2$ 으로부터

$a^2 + b^2 = (a - 1)^2 + (b - 1)^2, \ a + b = 1 \cdots ㉠$

$\overline{\mathrm{PO}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2$ 으로부터

$a^2 + b^2 = (a - 2)^2 + (b + 2)^2, \ a - b = 2 \cdots ㉡$

㉠, ㉡로 부터 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 1 \times 2 = 2$

27. 두 점 $(a,\ 0)$, $(0,\ b)$ 에서 직선 $2x-y=0$ 까지의 거리가 같을 때, $\dfrac{2a-b}{a+b}$ 의 값은? (단, $ab<0$)

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

두 점 $(a,\ 0)$, $(0,\ b)$ 에서
직선 $2x-y=0$
까지의 거리가 같으므로,

$$\frac{|2a-0|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{|0-b|}{\sqrt{2^2+1^2}}$$

$|2a|=|-b|$,$ab<0$ 이므로
$2a=-b,\ \ \therefore\ b=-2a$

따라서, $\dfrac{2a-b}{a+b}=\dfrac{2a+2a}{a-2a}=\dfrac{4a}{-a}=-4$

28. 다음과 같은 삼차다항식 $P(x)$, $Q(x)$가 있다.

$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1999$, $Q(x) = -x^3 + cx^2 + dx - 1999$

두 삼차다항식을 $x^2 - 1$로 나누면 나머지가 서로 같다고 한다. 이때, $P(1999) - Q(1999)$의 값은?

① -3998 ② -1999 ③ 0

④ 1999 ⑤ 3998

해설

$H(x) = P(x) - Q(x)$로 놓으면

$H(x)$는 $x^2 - 1$로 나누어떨어지므로

$H(x) = 2x^3 + (a-c)x^2 + (b-d)x + 3998$

$\quad = (x^2 - 1)(2x - 3998)$으로 놓을 수 있다.

($\because$ x^3의 계수가 2이고 상수항이 3998이므로 $x^2 - 1$로 나눈 몫은 $2x - 3998$이다.)

$\therefore P(1999) - Q(1999)$

$= H(1999)$

$= (1999^2 - 1)(3998 - 3998)$

$= 0$

29. $\begin{cases} xy+3y-2z=0 \\ x+2y-z=-1 \end{cases}$ 이 연립방정식의 해 x, y, z에 대하여 $x+y+z$의 값들을 작은 값부터 나열하여라. (단, x, y, z는 음이 아닌 정수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

▷ 정답 : 20

▷ 정답 : 23

해설

$$\begin{cases} xy+3y-2z=0 \quad \cdots \text{①} \\ x+2y-z=-1 \quad \cdots \text{②} \end{cases}$$

① $-2\times$ ②하면

$xy+3y-2x-4y=2$, $xy-2x-y-2=0$

$x(y-2)-(y-2)=4$, $(x-1)(y-2)=4$

x, y는 음이 아닌 정수이므로

$(x-1,\ y-2)=(1,4),(2,2),(4,1)$

$\therefore\ (x,y,z)=(2,6,15),(3,4,12),(5,3,12)$

$\therefore\ x+y+z=19,\ 20,\ 23$

30. 정점 $A(4,\ 2)$과 직선 $y=x$ 위를 움직이는 동점 P, x축 위를 움직이는 동점 Q에 대하여 $\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QA}$가 최소가 되는 거리는?

① $3\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{10}$

해설

최솟값은 점 A를 $y=x$에 대해 대칭시킨 점과 A를 x축에 대칭시킨 점 사이의 거리와 같다.

$y=x$에 대한 대칭점은 $A'(2,4)$

x축에 대한 대칭점은 $A''(4,-2)$이므로

$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QA}\geq\overline{A'A''}$

$=\sqrt{(2-4)^2+(4+2)^2}=2\sqrt{10}$