1. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
따라서 $x = 2,\ y = 5$
$y - x = 3$

2. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$135 = 3^3 \times 5$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

3. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

3^4 의 약수는 1 , 3 , 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1 , 11 , 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.
표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.
$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

4. 소인수분해를 이용하여 24 의 약수의 개수를 써라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 에서 2^3 의 약수는 1, 2, 2^2, 2^3 이고 3 의 약수는1, 3 이므로 24 의 약수는 다음과 같은 표에 나타낼 수 있다.

×	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24

따라서 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이고, 그 개수는 8 개이다.

5. 72 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$

약수의 개수는 $4 \times 3 = 12$ (개) 이다.

6. 어떤 수를 5 로 나누었더니 몫이 6 이고, 나머지가 2 이었다. 이 수를 3 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(어떤 수) $= 5 \times 6 + 2 = 3 \times 10 + 2$ 이므로 나머지는 2 이다.

7. 100 이하의 13 의 배수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 7 개

해설

13, 26, 39, 52, 65, 78, 91 의 7 개이다.

8. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③ $a + a + a + a = a^4$

④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \dfrac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

9. <보기>의 수 중에서 합성수를 모두 골라라.

보기

2 4 5 7 9 11 12

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 12

해설

보기의 수 중 합성수는 4, 9, 12 이다.

10. 360 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{array}{r|r} 2 & 360 \\ \hline 2 & 180 \\ \hline 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

$\therefore\ 3 + 2 + 1 = 6$

11. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면
$7^2 = 49 < 50$ 이고 $11^2 = 121 > 50$ 이므로
50 이하인 소수의 완전제곱수는
$2^2,\ 3^2,\ 5^2,\ 7^2$ 이다.

12. 다음 중 소수를 모두 골라라.

1 13 15 24 29 32 33 52 71 98

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 29

▷ 정답 : 71

해설

주어진 수 중에서 소수는 13, 29, 71 이다.

13. 300 을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$300 \div a = b^2$ 에서
$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$
$a = 3$
$2^2 \times 3 \times 5^2 \div 3 = b^2$
$2^2 \times 5^2 = b^2$
$b = 2 \times 5 = 10$
$\therefore a + b = 13$

14. $3\times5^2\times7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

5^2 의 약수는 1 , 5 , 5^2 이고, 3×7 의 약수는 $1, 3, 7, 3\times7$ 이므로 표를 이용하여 약수를 구하면 다음과 같다.

$\times$	1	5	5^2
1	$1\times1=1$	$1\times5=5$	$1\times5^2=25$
3	$3\times1=3$	$3\times5=15$	$3\times5^2=75$
7	$7\times1=7$	$7\times5=35$	$7\times5^2=175$
3×7	$3\times7\times1=21$	$3\times7\times5=105$	$3\times7\times5^2=525$

즉, $1, 3, 5, 7, 15, 21, 25, 35, 75, 105, 175, 525$
따라서 $3\times5^2\times7$ 의 약수 중 두 번째로 작은 수 $a=3$ 이고, 세 번째로 큰 수 $b=3\times5\times7=105$ 이므로 $a+b=3+105=108$ 이다.

15. 다음 중 약수의 개수가 서로 다른 두 수로 짝지어진 것은?

① $8,\ 3^3$　② $21,\ 5\times7$　③ $45,\ 2^2\times3$
④ $100,\ 2^{10}$　⑤ $72,\ 3\times5\times7^2$

해설

① $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3+1 = 4$ (개) 이고, 3^3 의 약수의 개수도 $3+1=4$ (개) 이다.
② $21 = 3\times7$ 이므로 약수의 개수는 $(1+1)\times(1+1) = 4$ (개) 이고, 5×7 의 약수의 개수는 $(1+1)\times(1+1) = 4$ (개) 이다.
③ $45 = 3^2\times5$ 의 약수의 개수는 $(2+1)\times(1+1) = 6$ (개) 이고, $2^2\times3$ 의 약수의 개수는 $(2+1)\times(1+1) = 6$ (개) 이다.
④ $100 = 2^2\times5^2$ 의 약수의 개수는 $(2+1)\times(2+1) = 9$ (개) 이고, 2^{10} 의 약수의 개수는 $10+1 = 11$ (개) 이다.
⑤ $72 = 2^3\times3^2$ 의 약수의 개수는 $(3+1)\times(2+1) = 12$ (개) 이고, $3\times5\times7^2$ 의 약수의 $(1+1)\times(1+1)\times(2+1) = 12$ (개) 이다.

16. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

① 15 ② 18 ③ 24 ④ 25 ⑤ 30

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

17. 다음 중 420 의 소인수가 아닌 것은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 소인수는 2, 3, 5, 7

18. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?

① 9　② 12　③ 36　④ 54　⑤ 100

해설

$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$

가장 작은 $a = 2 \times 3 = 6$

$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$

$\therefore A = 12$

19. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5　② 7　③ 15　④ 21　⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

20. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 5 ③ 12 ④ 15 ⑤ 20

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

21. 360 의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1$, $b = 2$ 이다.

$\therefore\ a + b = 3$

22. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로
약수의 개수는 $(4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$
$2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는 $(3+1) \times (n+1) = 20$
$\therefore\ n = 4$

23. $5^4 \times \square$의 약수의 개수가 15 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\square = a^x$(a는소수) 라고 하면 $5^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 15 개이므로

$(4+1) \times (x+1) = 15$, $x+1 = 3$, $x = 2$ 이다.

또한 가장 작은 자연수가 되기 위해서는 $a = 2$ 이다.

따라서 $\square = a^x = 2^2 = 2 \times 2 = 4$ 이다.

24. $2^3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수 중에서 35 의 배수의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$2^3 \times 5 \times 7^2 = 2^3 \times 7 \times 35$ 이므로
약수 중 35 의 배수인 약수의 개수는 $2^3 \times 7$ 의 약수의 개수와 같다.
$\therefore\ (3+1) \times (1+1) = 8$ (개)