

1. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $x(x-7) = x^2 - 7x$

② $3x(x+2) = 2x^2 + x + 1$

③ $(x+4)^2 = 2x^2 + 2x + 1$

④ $(x+1)^2 - 3(x+1) = 28$

⑤ $(x-1)(x+3) = 3$

해설

① $x(x-7) = x^2 - 7x$ 의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면
 $x(x-7) - x^2 - 7x = 0$

2. 두 이차방정식 $x^2 + 2x - 15 = 0$ 과 $x^2 - 9 = 0$ 의 공통인 근은?

① 1

② -3

③ 3

④ 5

⑤ 9

해설

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x + 5)(x - 3) = 0$$

$$x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \text{ 또는 } -3$$

$$\therefore \text{공통인 근 } x = 3$$

3. $x-10 \leq -2(x-1)$ 이고, x 는 자연수일 때, 이차방정식 $(x-5)^2 = 1$ 의 해는?

① $x = 1$

② $x = 1$ 또는 $x = 3$

③ $x = 3$

④ $x = 4$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 4$

해설

부등식 $x-10 \leq -2(x-1)$ 을 정리하면 $x \leq 4$ 이다.
따라서 x 는 1, 2, 3, 4이다.
 $x = 4$ 일 때, $(4-5)^2 = 1$ 을 만족한다.

4. $x = \alpha$ 가 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 한 근일 때, $\alpha - \frac{2}{\alpha}$ 의 값을 구하면?

① -2 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 에 $x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 + 3\alpha - 2 = 0$

양변을 α 로 나누어 주면 $\alpha + 3 - \frac{2}{\alpha} = 0$

$$\therefore \alpha - \frac{2}{\alpha} = -3$$

5. 다음에서 $AB \neq 0$ 과 같은 뜻을 갖는 것은?

- ① $A \neq 0$ 또는 $B \neq 0$ ② $A \neq 0$ 또는 $B = 0$
③ $A = 0$ 또는 $B \neq 0$ ④ $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$
⑤ $A \neq 0$ 이고 $B = 0$

해설

$AB \neq 0$ 이려면 A, B 모두 0이 아니어야 한다.

6. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 6 이므로
주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면
 $6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$
 $33 - 11a = 0$
 $\therefore a = 3$
주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면
 $x^2 - 3x - 18 = 0$
 $(x - 6)(x + 3) = 0$
 $x = 6$ 또는 $x = -3$ (다른 한 근)
 $\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$

7. 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$a + 2 = a^2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0$$

$a = -1$ 또는 $a = 2$,

따라서 $2 - 1 = 1$ 이다.

8. 이차방정식 $x^2 + a = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 12 ② 0 ③ -3 ④ -5 ⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면 $-a \geq 0, a \leq 0$

9. 이차방정식 $x^2 + 5x + 3 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 13 ④ 15 ⑤ 18

해설

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$$
$$A = -5, B = 13$$
$$\therefore A + B = 8$$

10. $0 < a < b$ 이고, $(a-b+3)(a-b-2) = 6$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

- ① 3 ② -4 ③ -3 ④ 7 ⑤ 1

해설

$$a-b=t \text{로 치환하면 } t^2+t-12=0$$

$$(t+4)(t-3)=0$$

$$\therefore t=-4 \text{ 또는 } t=3$$

$$0 < a < b \text{ 이므로 } t=a-b < 0$$

$$\therefore a-b=-4$$

11. 다음 중 $3x^2 - 4x = 2x + m$ 이 근을 갖지 않기 위한 m 의 값은?

① 4

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -4

해설

$$3x^2 - 4x = 2x + m$$

$$3x^2 - 6x - m = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 + 3m < 0$$

$$\therefore m < -3$$

이를 만족하는 보기의 값은 -4이다.

12. 이차방정식 $2x^2 + 6x + 2m + 3 = 0$ 의 두 근의 합은 a 이고, 곱은 $\frac{9}{2}$ 일 때, $a + m$ 의 값은? (단, m 은 상수)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

두 근의 합 $a = -3$

두 근의 곱 $\frac{9}{2} = \frac{2m+3}{2}$

$\therefore m = 3$

$\therefore a + m = -3 + 3 = 0$

13. 이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{5}{6}$ ② $\alpha + \beta = -1$ ③ $\alpha\beta = -6$
④ $\alpha^2 + \beta^2 = 13$ ⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{6}$

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -6$$

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = -\frac{13}{6}$$

14. 다음 이차방정식의 한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 일 때 다른 한 근과 m 의 값의 합은?

$x^2 - 4x + m = 0$

- ① $4 + \sqrt{2}$

② $4 + \sqrt{3}$

③ $1 + 2\sqrt{2}$
- ④ $4 - \sqrt{3}$

⑤ $4 - \sqrt{2}$

해설

한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $2 + \sqrt{2}$ 이다.
근과 계수와의 관계에서
두 근의 곱은 $m = (2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = 2$
 $\therefore (2 + \sqrt{2}) + 2 = 4 + \sqrt{2}$

15. 이차방정식 $(x-1)(3x-2)=0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$(x-1)(3x-2)=0$$

$$3x^2-5x+2=0$$

$$\therefore a=3, b=-5, c=2$$

$$\therefore a+b+c=3-5+2=0$$

16. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

17. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근은 연속하는 홀수이다. 두 근의 제곱의 차가 24일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a, a + 2$ (단, a 는 홀수)로 놓으면

$$m = -2a - 2, n = a^2 + 2a$$

$$(a + 2)^2 - a^2 = 24$$

$$4a + 4 = 24, 4a = 20, a = 5$$

$$m = -2 \times 5 - 2 = -12$$

$$\therefore n = 25 + 10 = 35$$

$$\therefore n - m = 35 + 12 = 47$$

19. 방정식 $x^2 - 5x + 5 = |x - 3|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $x = 2 - \sqrt{2}$

해설

i) $x \geq 3$ 일 때
 $x^2 - 6x + 8 = 0$
 $(x - 2)(x - 4) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 4$
이때, $x \geq 3$ 이므로 $x = 4$
ii) $x < 3$ 일 때, $x^2 - 4x + 2 = 0$
 $x = 2 \pm \sqrt{2}$
이때, $x < 3$ 이므로 $x = 2 - \sqrt{2}$
따라서 $x = 4$ 또는 $x = 2 - \sqrt{2}$ 이다.

20. 1 보다 큰 자연수 a, b 에 대하여 이차방정식 $ax^2 - a^2bx + 744 = 0$ 의 한 근이 2^a 이고 나머지 한 근은 두 자리의 소수일 때, a, b 를 두 근으로 가지고, 이차항의 계수가 1 인 x 에 관한 이차방정식의 계수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = ab$$

$$\alpha\beta = \frac{744}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{744}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 31}{a} \text{ 에서 두 근 중 한 근은 두 자리의 소수}$$

이므로 31 이고

나머지 한 근은 2^a 이므로

$$\therefore a = 3$$

$$\therefore b = 13$$

따라서 구하고자 하는 이차방정식은 $x^2 - 16x + 39 = 0$ 이므로 계수의 합은 $1 - 16 + 39 = 24$ 이다.