

1. 중심이 $(2, -1)$ 이고, 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 원의 방정식은?

① $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$ ② $(x+2)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$

③ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$ ④ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$

⑤ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5^2$

해설

중심이 $(2, -1)$, $r : \sqrt{5}$ 인 원
 $\Rightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$

2. $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 1 = 0$ 과 중심이 같고, 원점을 지나는 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + 8x - 6y - 1 &= 0 \\ \Rightarrow (x+4)^2 + (y-3)^2 &= 26 \\ \text{중심 : } (-4, 3) \\ \therefore (x+4)^2 + (y-3)^2 &= r^2, \\ (0, 0) \text{ 을 지나므로} \\ r &= 5 (\because r > 0)\end{aligned}$$

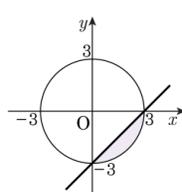
4. 점 $(2, -1)$ 을 직선 $y = x$ 에 대칭이동한 다음, y 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

- ㉠ $(1, 2)$ ㉡ $(2, 3)$ ㉢ $(3, 4)$
㉣ $(4, 5)$ ㉤ $(5, 6)$

해설

점 $(2, -1)$ 을 직선 $y = x$ 에
대칭이동한 점의 좌표는 $(-1, 2)$
이 점을 다시 y 축에 대하여 대칭이동하면
구하는 점의 좌표는 $(1, 2)$

5. 다음 그림의 색칠한 부분을 부등식으로 나타내면? (단, 경계선 포함)



①
$$\begin{cases} y \leq x - 3 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

②
$$\begin{cases} y \leq x + 3 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

③
$$\begin{cases} y \geq x - 3 \\ x^2 + y^2 \geq 9 \end{cases}$$

④
$$\begin{cases} y \geq x + 3 \\ x^2 + y^2 \geq 9 \end{cases}$$

⑤
$$\begin{cases} y \geq x - 3 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

해설

주어진 그림에서 색칠한 부분은 원 $x^2 + y^2 = 9$ 의 내부(경계선 포함)과 직선 $y = -3$ 의 아랫부분(경계선 포함)의 공통 부분이다.

따라서, 구하는 부등식은

$$\begin{cases} y \leq x - 3 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

6. $A = \{\phi, x, \{x, y\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\phi \subset A$ ② $\{\phi\} \subset A$ ③ $\{x, y\} \subset A$
④ $\{x, y\} \in A$ ⑤ $x \in A$

해설

③ $\{x, y\}$ 는 A 의 원소이다.
 $\therefore \{x, y\} \in A$

7. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{1, 3, 6, 9, 12\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

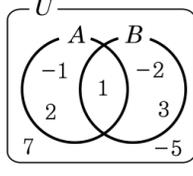
해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$$

$$\therefore n(A \cup B) = 11$$

8. 다음 벤 다이어그램을 보고, $A^c \cap B$ 의 원소들의 합을 구하여라.



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

$B - A$ 를 나타낸 것이므로 $(-2) + 3 = 1$

9. 두 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 배수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : \emptyset

해설

$A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$ 이다.

10. $a > b > 0$ 일 때, 다음 $2a + b$, $a + 2b$ 의 대소를 비교하면?

① $2a + b < a + 2b$

② $2a + b \leq a + 2b$

③ $2a + b > a + 2b$

④ $2a + b \geq a + 2b$

⑤ $2a + b = a + 2b$

해설

$$(2a + b) - (a + 2b) = a - b > 0$$

$$\therefore 2a + b > a + 2b$$

11. $x > 0, y > 0$ 일 때, $(3x + 4y)\left(\frac{3}{x} + \frac{1}{y}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

$x > 0, y > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$(3x + 4y)\left(\frac{3}{x} + \frac{1}{y}\right)$$

$$= 13 + \frac{12y}{x} + \frac{3x}{y}$$

$$\geq 13 + 2\sqrt{\frac{12y}{x} \cdot \frac{3x}{y}}$$

$$= 13 + 12 = 25$$

$$\therefore (3x + 4y)\left(\frac{3}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 25$$

(단, 등호는 $\frac{12y}{x} = \frac{3x}{y}$, 즉 $x = 2y$ 일 때 성립)

따라서 최솟값은 25이다.

12. 양의 실수 a, b, c 사이에 대하여 $\frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c} \\ &= 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{a}{b} + 1 + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + 1 \\ &= 3 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \text{에서} \\ & \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 2 \\ & \sqrt{\frac{c}{a} \cdot \frac{a}{c}} = 2, \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \geq 2\sqrt{\frac{c}{b} \cdot \frac{b}{c}} = 2 \\ & \text{따라서 주어진 식의 최솟값은 } 3 + 6 = 9 \end{aligned}$$

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) = -2$ 일 때, $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로 $f(4) = 4$
모든 x 에 대하여 $g(x) = -2$ 이므로
 $g(x)$ 는 상수함수이다.
즉, $g(-1) = -2$
 $\therefore f(4) + g(-1) = 4 + (-2) = 2$

14. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 일대일 대응은 몇 가지인가?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

∴ 6가지

15. $1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)}$ 을 계산하면?

① 1

② $\frac{1}{x}$

③ $\frac{1}{x-1}$

④ $\frac{x}{x-1}$

⑤ $\frac{x+1}{x(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x-1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)^2 + x}{x(x-1)} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - 2x + x - 1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - x}{x(x-1)} = \frac{x(x-1)}{x(x-1)} = 1 \end{aligned}$$

16. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2b^2} = \square$ 이다. \square 에 알맞은 식을 써넣어라.

▶ 답:

▷ 정답: $-ab$

해설

$a^2 > 0, b^2 > 0$ 이므로
 $\sqrt{a^2b^2} = \sqrt{a^2} \sqrt{b^2} = |a||b|$
 $a > 0$ 일 때, $|a| = a$ 이고
 $b < 0$ 일 때, $|b| = -b$
따라서 $\sqrt{a^2b^2} = a \cdot (-b) = -ab$

17. $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 점근선의 방정식은 $x=1, y=a$ 이다. a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$y = \frac{3(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 3$$

따라서 점근선의 방정식이 $x=1, y=3$ 이므로
 $a=3$

18. 다음 중 평행이동 또는 대칭이동에 의하여 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 없는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x} + 1$

② $y = \sqrt{x} - 1$

③ $y = \sqrt{x-1} + 3$

④ $y = -\sqrt{-x+2} + 2$

⑤ $y = \sqrt{-2x+1} - 1$

해설

⑤ $y = \sqrt{ax+b} + c$ 에서 a 의 계수가 다르면 평행이동 또는 대칭이동에 의해 겹쳐지지 않는다.

19. 부등식 $y \leq -x^2 + 4$ 를 만족시키는 양의 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

해설

부등식이 나타내는 영역은 포물선 $y = -x^2 + 4$ 의 경계를 포함한 아랫부분으로 이 영역에 속하는 점 $P(x, y)$ 중 x, y 가 모두 양의 정수인 것은

(i) $x = 1$ 일 때
 $y \leq -1^2 + 4 = 3$ 이므로 $y = 1, 2, 3$

(ii) $x = 2$ 일 때
 $y \leq -2^2 + 4 = 0$

즉, 양의 정수 y 는 존재하지 않는다.
따라서 x, y 가 모두 양의 정수인 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 1), (1, 2), (1, 3)$ 의 3개이다.

20. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$, $B = \{5, 6, 7, 9, 11\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(C \cap A) \cup B$ 의 원소 중에서 가장 큰 원소를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 가 된다.

먼저 C 와 A 의 교집합을 구해보면 $C \cap A = \{1, 2, 4\}$ 이고 B 와 합집합을 구하면

$(C \cap A) \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 11\}$ 이 된다. 가장 큰 원소는 11이다.

23. $x - 4 = 0$ 이 $x^2 + ax - 48 = 0$ 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값은?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned}x - 4 = 0 &\Rightarrow x^2 + ax - 48 = 0 \\ \therefore 16 + 4a - 48 &= 0 \\ \therefore a &= 8\end{aligned}$$

24. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 3, g^{-1}(1) = 4$ 일 때, $f^{-1}(3) + g(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

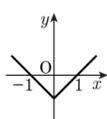
▷ 정답 : 3

해설

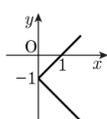
$f(2) = 3$ 에서 $f^{-1}(3) = 2$ 이고
 $g^{-1}(1) = 4$ 에서 $g(4) = 1$ 이므로
 $f^{-1}(3) + g(4) = 2 + 1 = 3$

25. 다음 중 함수 $|y| = x - 1$ 의 그래프를 구하면?

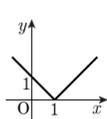
①



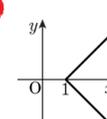
②



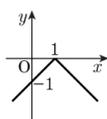
③



④



⑤



해설

$|y| = x - 1$ 에서
 $y \geq 0$ 일 때,
 $y = x - 1$
 $y < 0$ 일 때,
 $-y = x - 1, y = -x + 1$
 따라서, 그래프는 다음
 그림과 같다.

