

1. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 3$, $x = -2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x+2) &= x^2 - x - 6 \\ &= x^2 + ax + b = 0\end{aligned}$$

$$a = -1, b = -6$$

$$\therefore a + b = -7$$

2. $x^2 + ax + 4 = 0$ 의 두 근이 1, b 일 때, a , b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -5$

▷ 정답 : $b = 4$

해설

$1^2 + a + 4 = 0$ 이므로 $a = -5$

즉, $x^2 - 5x + 4 = 0$ 이므로 $(x - 1)(x - 4) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 4$

따라서 $b = 4$ 이다.

3. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

4. 다음 중 $\left(\frac{7}{3}x - 14\right)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

㉠ $x = 6, y = -4$	㉡ $x = 6, y = 4$
㉢ $x = -6, y = -4$	㉣ $x = -6, y = 4$
㉤ $x = 4, y = 6$	㉥ $x = -4, y = 6$

- ① 한 개도 없다.
- ② 2 개
- ㉢ 3 개
- ④ 5 개
- ⑤ 6 개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$ 또는 $2y + 8 = 0$ 이므로
 $x = 6$ 또는 $y = -4$ 인 것을 찾으면
 $x = 6$ 인 것은 ㉠, ㉡
 $y = -4$ 인 것은 ㉠, ㉢
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3 개이다.

5. 수학 시험 문제에 ‘ $x^2 - 8x + 12 = 0$ 을 인수분해를 이용하여 풀어라.’ 라는 문제가 출제되어 민수, 수진, 영민이가 다음과 같이 답을 적었다. 다음 중 올바른 답을 적은 사람은 누구인지 구하여라.

민수 : $x = 2$ 이고 $x \neq 6$
수진 : $x \neq 2$ 또는 $x = 6$
영민 : $x = 2$ 또는 $x = 6$

▶ 답 :

▷ 정답 : 영민

해설

$x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$
 $x - 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 6$

6. 이차방정식 $x^2 + (a - 1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

7. $x+y>z$, $x+z=2y$ 인 세 양수 x, y, z 가 $\frac{2z}{xy} + \frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} = \frac{3}{x} + \frac{3}{y} - \frac{2}{z}$ 를 만족할 때, $\frac{y^2-y-2}{(x+1)(z-2)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x+z=2y$ 에서 $x-2y+z=0 \cdots \textcircled{A}$

$\frac{2z}{xy} + \frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} = \frac{3}{x} + \frac{3}{y} - \frac{2}{z}$ 에서

$$x^2+y^2+2z^2+2xy-3yz-3zx=0$$

$$x^2+(2y-3z)x+(y-z)(y-2z)=0$$

$$(x+y-z)(x+y-2z)=0$$

그런데 $x+y>z$ 이므로 $x+y \neq z$

$$\therefore x+y-2z=0 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면

$$3y-3z=0$$

$$\therefore y=z$$

이를 $\textcircled{A}$ 에 대입하여 풀면 $x-y=0$

$$\therefore x=y$$

따라서 $x=y=z$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{y^2-y-2}{(x+1)(z-2)} &= \frac{z^2-z-2}{(z+1)(z-2)} \\ &= \frac{z^2-z-2}{z^2-z-2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

8. 이차방정식 $x^2 + 2x = -2(x + 2)$ 을 풀어라.(단, x 는 중근)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

해설

$$x^2 + 2x = -2x - 4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ (중근)}$$

9. 이차방정식 $4x^2 + (k + 4)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 0$

▷ 정답 : $k = -8$

해설

이차방정식의 판별식을 D 라고 할 때
 $4x^2 + (k + 4)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $D = 0$
 $D = (k + 4)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0$
 $(k + 4)^2 = 16$, $k + 4 = \pm 4$, $k = -4 \pm 4$
따라서 $k = 0$ 또는 $k = -8$ 이다.

10. 이차방정식 $3x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 해가 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{3}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 13$

해설

$3x^2 + 2x - 4 = 0$ 에서 양변을 3 으로 나누면

$$x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{4}{3}$$

$$x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = \frac{4}{3} + \frac{1}{9}$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{13}{9}, x + \frac{1}{3} = \pm \sqrt{\frac{13}{9}}$$

따라서 $x = -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{13}{9}} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}$ 이다.

$$\therefore a = -1, b = 13$$