

1. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 들어갈 알맞은 수를 순서대로 나열한 것은?

보기

-4, (가), 10, (나), (다)

- ① 1, 12, 14 ② 3, 17, 24 ③ 3, 17, 20
④ 7, 17, 24 ⑤ 7, 13, 16

해설

-4와 10의 등차중항은 $\frac{-4+10}{2} = 3$, 이 수열의 공차는 7이다.
따라서 (가), (나), (다)에 들어갈 수는 3, 17, 24이다.

2. 세 수 -17 , x , 1 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

x 는 -17 과 1 의 등차중항이므로
 $2x = -17 + 1 = -16 \quad \therefore x = -8$

3. 다음 중 등비수열인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 1, 4, 9, 16, 25, ...
- ㉡ 3, 9, 27, 81, 243, ...
- ㉢ 9, 99, 999, 9999, 99999, ...
- ㉣ 2, 3, 4, 9, 8, 27
- ㉤ $\frac{4}{9}, \frac{2}{3}, 1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡은 공비가 3인 등비수열이다.

㉤은 공비가 $\frac{3}{2}$ 인 등비수열이다.

4. 첫째항이 1, 공비가 2, 끝항이 512인 등비수열의 합은?

- ① 511 ② 512 ③ 1023 ④ 1024 ⑤ 2047

해설

$$512 = 1 \cdot 2^{n-1} \text{에서 } n = 10$$

$$\therefore a = 1, r = 2, n = 10$$

$$\therefore S_{10} = \frac{1 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 1023$$

5. 수열 1, -2, 3, -4, 5, ... 의 11번째 항은?

- ① -13 ② -10 ③ 11 ④ -11 ⑤ 13

해설

주어진 수열은 각 항의 절댓값이 자연수이고, 부호가 교대로 변하는 꼴이다. 따라서 11번째 항은 11이다.

6. 등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차를 d 로 놓으면
305는 제 102항이므로

$$305 = 2 + (102 - 1)d$$

$$\therefore d = \frac{303}{101} = 3$$

7. 첫째항이 1, 공비가 8인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = \log_2 a_n$ 으로 정의할 때, 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 135

해설

$$\begin{aligned} a_n &= 8^{n-1} = (2^3)^{n-1} = 2^{3n-3} \\ b_n &= \log_2 a_n = \log_2 2^{3n-3} \\ b_n &\text{은 첫째항이 } 0, \text{ 공차가 } 3 \text{인 등차수열} \\ \therefore S_{10} &= \frac{10 \{2 \cdot 0 + (10-1) \cdot 3\}}{2} \\ &= 5 \cdot 27 = 135 \end{aligned}$$

8. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 \cdot a_3 \cdot a_8 = 64$ 일 때, a_4 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} a_n &= a \cdot r^{n-1} \\ a_1 \cdot a_3 \cdot a_8 &= a \times ar^2 \times ar^7 = a^3 r^9 \\ a^3 r^9 &= (ar^3)^3 = 64 = 4^3 \\ \therefore ar^3 &= 4 \\ \therefore a_4 &= 4 \end{aligned}$$

9. 두 수 1과 64사이에 다섯 개의 수 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 를 넣어서 만든 수열이 등비수열을 이룰 때, a_3 의 값은?(단, $a_3 > 0$)

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

주어진 수열이 등비수열을 이루므로

1, a_3 , 64도 등비수열을 이룬다.

$$(a_3)^2 = 1 \cdot 64 \quad \therefore a_3 = 8$$

10. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 2^n + (-1)^n$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9$ 의 값은?

① $2^{10} - 3$

② $2^{10} - 1$

③ 2^{10}

④ $2^{10} + 1$

⑤ $2^{10} + 3$

해설

$$a_n = 2^n + (-1)^n \text{에서}$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_9$$

$$= (2^1 - 1) + (2^2 + 1) + \dots + (2^9 - 1)$$

$$= (2^1 + 2^2 + \dots + 2^9) - 1$$

$$= \frac{2(2^9 - 1)}{2 - 1} - 1 = 2^{10} - 3$$

11. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 = 11$, $a_3 + a_4 + a_5 = 54$ 가 성립할 때, a_{10} 의 값은?

① 36 ② 39 ③ 42 ④ 45 ⑤ 48

해설

공차를 d 라 하면 $a_1 + a_2 = 11$ 에서 $a_1 + \{a_1 + (2-1)d\} = 11$
 $\therefore 2a_1 + d = 11 \cdots \text{㉠}$
 $a_3 + a_4 + a_5 = 54$ 에서 $(a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + (a_1 + 4d) = 54$
 $\therefore a_1 + 3d = 18 \cdots \text{㉡}$
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a_1 = 3$, $d = 5$
 $\therefore a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9 \times 5 = 48$

12. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 28$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{25}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 175

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 4a + 48d = 28$

$$a = 7 - 12d$$

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{25}$$

$$= \frac{25\{2(7 - 12d) + (25 - 1)d\}}{2} = 175$$

13. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 15인 원을 5개의 부채꼴로 나누었더니 부채꼴의 넓이가 작은 것부터 차례로 등차수열을 이루었다. 가장 큰 부채꼴의 넓이가 가장 작은 부채꼴의 넓이의 2배일 때, 가장 큰 부채꼴의 넓이는 $k\pi$ 이다. 이때 k 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

각 부채꼴의 넓이를

$a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$ 라 하면

$$2(a - 2d) = a + 2d$$

$$2a - 4d = a + 2d$$

$$a = 6d$$

$$\therefore 4d, 5d, 6d, 7d, 8d$$

$$\text{그런데 } \frac{5(4d + 8d)}{2} = 15^2\pi$$

$$6d = 45\pi$$

$$d = \frac{15}{2}\pi$$

$$\therefore 8d = 8 \cdot \frac{15}{2}\pi = 60\pi$$

$$\therefore k = 60$$

14. 100 만원을 월이율 2%, 1개월마다의 복리로 빌릴 때, 1년 후에는 얼마를 갚아야 하는가?(단, $1.02^{12} = 1.2682$)

- ① 1258200 원 ② 1268200 원 ③ 1278200 원
④ 1288200 원 ⑤ 1298200 원

해설

$$S = 1000000(1 + 0.02)^{12} = 10^6 \times 1.02^{12} \\ = 10^6 \times 1.2682 = 1268200(\text{원})$$

15. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2 \cdot 3^n - 1$ 일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은?

- ① 111 ② 112 ③ 113 ④ 114 ⑤ 115

해설

$$n = 1 \text{ 일 때, } a_1 = S_1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5 \dots\dots\text{㉠}$$

$$n \geq 2 \text{ 일 때, } a_n = S_n - S_{n-1} = 2 \cdot 3^n - 1 - (2 \cdot 3^{n-1} - 1) = 4 \cdot 3^{n-1} \dots\dots\text{㉡}$$

그런데 ㉡에 $n = 1$ 을 대입하면 ㉠과 다르므로 이 수열은 제2항부터 등비수열을 이룬다.

$$\therefore a_n = 4 \cdot 3^{n-1} \quad (n \geq 2), \quad a_1 = 5$$

$$\therefore a_1 + a_4 = 5 + 4 \cdot 3^3 = 113$$

16. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n (a_{2k-1} + a_{2k}) = 8n^2 + 10n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 250

해설

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{10} a_k &= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10} \\ &= (a_1 + a_2) + (a_3 + a_4) + \cdots + (a_9 + a_{10}) \\ &= \sum_{k=1}^5 (a_{2k-1} + a_{2k}) \\ &= 8 \times 5^2 + 10 \times 5 = 250\end{aligned}$$

17. $S = \sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=2}^{10} k + \sum_{k=3}^{10} k + \cdots + \sum_{k=9}^{10} k + \sum_{k=10}^{10} k$ 일 때, $\frac{1}{5}S$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 77

해설

$$\begin{aligned} S &= \sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=2}^{10} k + \sum_{k=3}^{10} k + \cdots + \sum_{k=9}^{10} k + \sum_{k=10}^{10} k \\ &= 1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 10 \\ &\quad + 2 + 3 + 4 + \cdots + 10 \\ &\quad + 3 + 4 + \cdots + 10 \\ &\quad \vdots \\ &\quad + 10 \\ &= 1 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots + 10^2 \\ &= \frac{10 \times 11 \times 21}{6} = 385 \\ \therefore \frac{1}{5}S &= 77 \end{aligned}$$

18. $\sum_{l=1}^n (\sum_{k=1}^l 12k) = 1008$ 을 만족시키는 n 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{l=1}^n (\sum_{k=1}^l 12k) \\ &= \sum_{l=1}^n 12 \cdot \left\{ \frac{l(l+1)}{2} \right\} = 6 (\sum_{l=1}^n l^2 + \sum_{l=1}^n l) \\ &= 6 \left\{ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right\} \\ &= n(n+1)(2n+4) = 2n(n+1)(n+2) \\ &\approx, 2n(n+1)(n+2) = 1008 \text{ 이므로} \\ &n(n+1)(2n+4) = 7 \cdot 8 \cdot 9 = 504 \\ &\therefore n = 7 \end{aligned}$$

19. 두 등차수열 a_n, b_n 에 대하여 $a_1 + b_1 = 5, a_{10} + b_{10} = 10$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값은?

- ① 75 ② 85 ③ 95 ④ 105 ⑤ 115

해설

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} b_k &= \frac{10(a_1 + a_{10})}{2} + \frac{10(b_1 + b_{10})}{2} = 5(a_1 + a_{10}) + 5(b_1 + b_{10}) \\ &= 5(a_1 + b_1) + 5(a_{10} + b_{10}) = 5 \times 5 + 5 \times 10 = 75\end{aligned}$$

20. $\sum_{k=1}^4 (k^3 - k^2)$ 의 값은?

- ① 50 ② 60 ③ 70 ④ 80 ⑤ 90

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^4 (k^3 - k^2) \\ &= \sum_{k=1}^4 k^3 - \sum_{k=1}^4 k^2 \\ &= \left(\frac{4 \cdot 5}{2}\right)^2 - \frac{4 \cdot 5 \cdot 9}{6} \\ &= 100 - 30 = 70 \end{aligned}$$